# Van koetjes en kalfjes

Roemen, J.

*Publication date:*
1990

*Document Version*
Publisher's PDF, also known as Version of record

Link to publication in Tilburg University Research Portal

*Citation for published version (APA):*
Roemen, J. (1990). *Van koetjes en kalfjes: Een onderzoek naar de relatie tussen melkprijs en melkaanbod in Nederland in de jaren 1969-1984 op basis van beslissingsmodellen*. [, Tilburg University]. Tilburg University Press.

# Van koetjes en kalfjes

## Een onderzoek naar de relatie tussen melkprijs en melkaanbod in Nederland in de jaren 1969-1984 op basis van beslissingsmodellen

Jacques Roemen

TILBURG UNIVERSITY PRESS

# Van koetjes en kalfjes

# Van koetjes en kalfjes

## Een onderzoek naar de relatie tussen melkprijs en melkaanbod in Nederland in de jaren 1969-1984 op basis van beslissingsmodellen

Proefschrift ter verkrijging van de graad van doctor
aan de Katholieke Universiteit Brabant,
op gezag van de rector magnificus, prof. dr. R.A. de Moor,
in het openbaar te verdedigen ten overstaan van
een door het college van dekanen aangewezen commissie
in de aula van de Universiteit op vrijdag 27 april 1990 te 14.15 uur

door

**Jacobus Hubertus Joannes Roemen**

geboren te Montfort



Tilburg
University
Press
1990

Promotoren: prof. drs. J. Kriens
prof. dr. P.A. Verheyen

# Voorwoord

Het idee voor een onderzoek als het voorliggende is ontstaan in mijn vroegere werkkring, de Koninklijke Nederlandse Zuivelbond, tijdens discussies over de wijze waarop het nationale melkaanbod reageert op veranderingen van de melkprijs. Hoewel de meningen over deze reactie verdeeld bleken, was men in deze kring algemeen de opvatting toegedaan, dat onderzoek daarnaar bij voorkeur zou dienen te stoelen op het gegeven dat deze reactie het resultaat is van een beslissing op de boerderij. Vanuit dit gezichtspunt wordt in dit proefschrift het verband tussen melkproductie en melkprijs onderzocht.

Nu met deze studie een uitwerking volgens dit uitgangspunt beschikbaar is, dank ik al diegenen die deze mogelijk hebben gemaakt en/of daaraan op een of andere manier een bijdrage hebben geleverd, in het bijzonder de hieronder genoemde personen.

Mijn promotoren, Koos Kriens en Piet Verheyen, hebben elk op eigen wijze een belangrijk aandeel gehad in de totstandkoming van dit proefschrift. Hun critische, doch opbouwende benadering van concepten heeft in belangrijke mate bijgedragen tot het uiteindelijke resultaat.

Voor een aantal vragen van economisch-statistische aard werd een beroep gedaan op Ton Hempenius. Zijn adviezen hebben mede richting gegeven aan het zoeken naar evenwicht tussen enerzijds economische, anderzijds statistische overwegingen.

Anton Markink nam het leeuwedeel van de programmeringswerkzaamheden voor dit onderzoek voor zijn rekening. Van zijn inventiviteit en geduld heeft deze studie veel profijt ondervonden.

Zeer geïnteresseerde student-assistenten van de werkeenheid bedrijfseconometrie/besliskunde verleenden medewerking bij het uitvoeren van berekeningen. Roger van Montfort, Jan van Bennekom, Har Denis, Luc Salemans, Maarten Theulen, Ralf Hamers en Eric Schlösser hebben elk tijdens de kortere of langere duur van hun assistentschap met veel enthousiasme meegeholpen aan dit onderzoek.

Bij het traceren van passende data mochten adviezen worden ontvangen van medewerkers van het Rijkslandbouwcentrum Tilburg, de Koninklijke Nederlandse Zuivelbond, het Landbouw-Economisch Instituut, het Centraal Bureau voor de Statistiek, de Landbouwuniversiteit Wageningen, het Ministerie van Landbouw, het Productschap voor Vee en Vlees en het Productschap voor Zuivel.

Petra Ligtenberg en Jan Pijnenburg, tenslotte, tekenden voor de vormgeving.

Hun in het bijzonder geldt mijn dank.

Oisterwijk, Driekoningen 1990.

# Inhoudsopgave

# 1. Inleiding

## § 1. Het doel van deze studie

Vanaf de totstandkoming van de Gemeenschappelijke landbouwmarkt rond 1968 heeft vooral de zuivelsector steeds weer tot ver buiten de kring van direct betrokkenen de aandacht getrokken. Met name aan de overschotten van en dreigende tekorten aan zuivelproducten, de oorzaken daarvan en de remedies daartegen zijn talloze discussies en artikelen gewijd. Begrippen als het plan Mansholt of de superheffing hebben sindsdien in brede kring bekendheid verworven.

Het Gemeenschappelijke landbouwbeleid kent als doelstelling onder meer een redelijke levensstandaard voor de agrarische bevolking, stabilisatie van de markten van landbouwproducten, het veilig stellen van de voedselvoorziening binnen de Gemeenschap alsmede een redelijk prijsniveau voor de consumenten. Deze doelstellingen realiseert de Gemeenschap via, als voornaamste, het markt- en prijsbeleid, het handelsverkeer met derde landen en de landbouwstructuurpolitiek. Voor de sector zuivel houdt dit o.m. in, dat er een marktordening van toepassing is. Deze ordening voorziet o.a. in de jaarlijkse vaststelling van een richtprijs en een interventieprijs. De richtprijs is de prijs die de beleidsinstanties van de Gemeenschap voor producenten en consumenten redelijk achten en die deze instanties, rekening houdend met vraag en aanbod, via marktordenende maatregelen proberen te realiseren. Idealiter is de opbrengstprijs van melk voor de producenten gelijk aan deze richtprijs, maar feitelijk is dat eerder uitzondering dan regel zij het dat het verschil tussen deze prijzen in de hier in beschouwing genomen periode nooit meer dan ongeveer zes procent heeft bedragen. De interventieprijs, een gegarandeerde minimumprijs, ontvangen de producenten voor tot boter en mager melkpoeder (of sommige kaassoorten) verwerkte melk die wordt overgenomen door het interventiebureau, een uitvoeringsinstantie van de Gemeenschap. Aanbieding aan dit bureau vindt plaats op het moment dat de prijs die melk op de markt opbrengt, lager is dan deze minimumprijs. Via deze interventieprijs wordt de opbrengst van melk voor de producenten naar beneden begrensd.

De richt- en interventieprijs worden aan het begin van het landbouwjaar door de Gemeenschap vastgesteld en geven de melkveehouders een indicatie van de prijs die melk in het betreffende jaar zal opbrengen. Van deze informatie kunnen zij gebruik maken bij hun beslissingen t.a.v. de bedrijfsvoering voor de lopende periode en de komende jaren. Voorbeelden van dergelijke beslissingen zijn de keuze van de krachtvoergift per koe of de oppervlakte snijmaïs die verbouwd zal worden of de vaststelling van het aantal vaarskalveren dat op het bedrijf achtergehouden zal worden voor opfok tot melkkoe of het aantal jonge dieren dat bevrucht zal worden. Het niveau van de krachtvoergift is (mede)bepalend voor de melkgift en daarmee voor de melkproductie in de lopende periode, terwijl de instroom van jonge koeien medebepalend is voor de toekomstige omvang van de melkveestapel en daarmee voor het niveau van de melkproductie in de komende jaren.
Aan dit vraagstuk, de relatie tussen de hoogte van de melkprijs en de omvang van de melkproductie bij een geordende markt, is nu deze studie gewijd; voor de landbouwjaren 1969-70 tot en met 1983-84, van een jaar na het in werking treden van de Gemeenschappelijke zuivelmarktverordening tot aan de invoering van de superheffing, wordt voor de Nederlandse melkveehouderijsector de betekenis van (een verandering van) de melkprijs voor de omvang van de melkproductie onderzocht. In deze periode gelden voor alle producenten uniforme condities en staat het hun vrij het niveau van de melkproductie te handhaven dan wel uit te breiden of te verlagen. Met de invoering van de superheffing doet echter een duidelijk hiervan verschillend regime zijn intrede. Omdat deze analyse alleen het aanbod betreft en niet zowel vraag als aanbod, besteden we geen aandacht aan de (niet onaanzienlijke) toename van het vet- en eiwitgehalte van de melk die in die periode opgetreden is, maar gaan we uit van melk met een gelijkblijvend vet- en eiwitpercentage.

Aan de relatie tussen de melkprijs voor de veehouder en de omvang van de melkproductie, het verband tussen de producentenprijs en het aanbod van een landbouwproduct überhaupt, is een groot aantal studies gewijd. Enkele voorbeelden daarvan zijn opgenomen onder [1] en [2] van de literatuurlijst bij dit hoofdstuk; voor Nederland is daarnaar, overigens in een breder kader, onderzoek verricht door o.m. Elhorst, van den Noort, Oskam en Osinga, en Thijssen [3]. Vaak wordt daarbij gebruik gemaakt van (varianten) van het door Nerlove [1] ontwikkelde model voor vraag en aanbod van

een landbouwproduct met zijn adaptieve verwachtingen. Uitzonderingen hierop vormen de studies opgenomen onder [2] en tot deze categorie kan ook het onderhavige onderzoek gerekend worden.
Uitgangspunt is hier een representatief melkveebedrijf waar in iedere periode van een beslissingstijdvak beslissingen worden genomen m.b.t. de bedrijfsvoering in de betreffende periode en het niveau en de richting van de investeringen. Voor het nemen van deze beslissingen maakt de veehouder gebruik van een beslissingscriterium. Zijn beslissingsruimte in het heden is daarbij voor een deel ingeperkt door beslissingen uit het verleden, terwijl zijn huidige beslissingen medebepalend zijn voor zijn toekomstige beslissingsruimte. Via modellering van de in dit verband relevant te achten factoren en specificatie van de criteriumfunctie kunnen de beslissingsvraagstukken waarvoor dit bedrijf zich iedere periode gesteld ziet, nu worden weergegeven met optimaliseringsmodellen. Onder bepaalde voorwaarden kan hiervoor de (analytische) oplossing worden bepaald. Deze oplossingen geven de (optimale) omvang van de melkproductie van het bedrijf in de lopende resp. toekomstige perioden als functie van de huidige en verwachte melkprijzen. Daarmee bieden zij een startpunt voor empirisch onderzoek t.a.v. de relatie tussen de omvang van de melkproductie en (een verandering in) de melkprijs.

## § 2. De uitwerking

De melkproductie van een bedrijf is het product van de melkgift per koe en het aantal dieren dat aan de productie deelneemt. Onder normale omstandigheden kunnen veranderingen in de omvang van deze productie op de korte termijn enkel via de hoogte van de melkgift gerealiseerd worden en eerst op langere termijn via zowel de omvang van de melkveestapel als de gemiddelde melkgift. In verband met dit onderscheid splitsen we de modellering van de beslissingen waarvoor de melkveehouder zich in dit verband gesteld ziet, in hoofdstuk 2 op in twee delen. In het eerste deel komen de korte termijn aspecten aan de orde en in het tweede deel de lange termijn aspecten. Uitgangspunt bij beide modellen is, dat de veehouder steeds welbewust een keuze maakt uit de verzameling van in aanmerking komende alternatieven. Als criterium voor zijn keuzes hanteert hij, zo veronderstellen we, de maximalisatie van de waarde van de (eventueel gedisconteerde) cash flows die door zijn beslissingen worden gegenereerd. Omdat voor

een representatief melkveebedrijf geldt dat het bedrijf en het gezin financieel één geheel vormen, kan dit bedrag behalve voor productie- en investeringsactiviteiten ook worden aangewend voor consumptiedoeleinden.
De modellering van de determinanten van het niveau van de melkproductie op de korte termijn wordt gegeven in hoofdstuk 3. Op de korte termijn kan dit niveau enkel beïnvloed worden via de ruw- en krachtvoergift per koe. Binnen bepaalde grenzen hangen de hoeveelheden die daarvan verstrekt worden, echter af van de prijzen van deze inputs in verhouding tot de melkprijs. Met ruw- en krachtvoer als argument in een productiefunctie voor de melkgift kan nu m.b.v. een eenvoudig beslissingsmodel een relatie tussen de optimale omvang van de melkgift en de melkprijs worden afgeleid. Op basis van deze relatie, waarin ook de aanlegontwikkeling van melkvee is opgenomen, kan nu de elasticiteit van het melkaanbod op de korte termijn m.b.t. de melkprijs geschat worden.
In de volgende drie hoofdstukken komen de lange termijn aspecten aan de orde. De ontwikkeling van de melkgift per koe wordt hier autonoom genomen, zodat de nadruk komt te liggen op de modellering van de factoren die de omvang van de melkveestapel bepalen. Omdat we transacties in rundvee tussen de bedrijven niet toelaten, kan deze omvang onder normale omstandigheden alleen veranderd worden via het niveau van de instroom van uit eigen opfok verkregen melkkoeien, via de omvang van de uitstroom om economische redenen en tenslotte via een combinatie van deze mogelijkheden. Omdat de inkomsten en uitgaven die een dier genereert, over zijn levensduur gespreid zijn, vormt de vaststelling van het (optimale) niveau van deze in- en uitstroom een (des)investeringsvraagstuk en komt de bepaling van de uit deze veranderingen resulterende (optimale) omvang van de melkveestapel overeen met de vaststelling van de (optimale) omvang van een kapitaalgoederenvoorraad.
Bij de modellering van deze investeringsproblematiek zullen we trapsgewijs tewerk gaan. In hoofdstuk 4 wordt allereerst een ten uiterste vereenvoudigd model geformuleerd, het basismodel, waar de melkveehouder slechts t.a.v. één enkele variabele, het aantal pinken dat bestemd wordt voor opfok tot koe, een beslissing hoeft te nemen. Deze vereenvoudiging bereiken we met een drietal veronderstellingen. Allereerst wordt in iedere periode steeds eenzelfde aantal vaarskalveren uit de op het bedrijf geboren kalveren achtergehouden voor verdere opfok. Een jaar later gaan al deze kalveren over naar de categorie pink, waar ze óf worden bevrucht óf

verkocht voor de slacht. Tenslotte wordt de productieve levensduur van melkvee hier constant genomen. In hoofdstuk 5 laten we deze veronderstellingen vallen en breiden we het basismodel uit met deze drie grootheden als beslissingsvariabelen. Bovendien wordt daar de omgeving waarin deze beslissingen spelen in de beschouwing betrokken. Beslissingen t.a.v. de omvang en samenstelling van de rundveestapel staan nl. niet los van, maar zijn ingebed in de mogelijkheden waarover het bedrijf qua arbeid, dood kapitaal en vermogen beschikt. Hoewel de vraag vanuit de rundveestapel naar de diensten van deze factoren het beschikbare aanbod nooit kan overtreffen, kan de omvang van deze capaciteiten op lange termijn niet als gegeven worden beschouwd. Net als de omvang en de samenstelling van de veestapel zijn het grootheden die op basis van economische overwegingen veranderd kunnen worden. Het beslissingsprobleem waarvoor de veehouder zich met deze uitbreidingen gesteld ziet, is, mede als gevolg van afhankelijkheden tussen de beslissingsvariabelen, gecompliceerder van structuur dan het basismodel. Het kan met de voor deze categorie optimaliseringsproblemen beschikbare methoden worden opgelost, net als het basismodel. In hoofdstuk 6 wordt de criteriumfunctie ten aanzien waarvan tot dan enkel concaviteit is aangenomen, alfa-numeriek, d.w.z. met letters en cijfers, gespecificeerd. In aansluiting aan de in dit soort modellen vaak gehanteerde veronderstelling nemen we aan, dat de ontvangsten en uitgaven kunnen worden weergegeven als lineaire en kwadratische functies van de variabelen. Vervolgens wordt onder bepaalde, vereenvoudigende, veronderstellingen de oplossing van dit beslissingsprobleem bepaald. Deze oplossing levert o.m. beslissingsregels voor het (optimale) niveau van de (des)investeringen in melkvee. Zo'n regel identificeert de voor de beslissing relevante variabelen en de betekenis van elk van deze variabelen. Beschouwen we deze regels als de specificaties van de structurele gedaante van de regressievergelijking voor de in- en uitstroom, dan kunnen deze regels als uitgangspunt genomen worden voor de bepaling van het effect van (een verandering van) de melkprijs op de verandering in de omvang van de melkveestapel.

Voordat tot de schatting van deze lange termijn elasticiteit kan worden overgegaan, dient echter voor twee problemen een oplossing te worden gevonden. Allereerst wordt in Nederland de instroom van vaarzen in de melkveestapel niet als zodanig geregistreerd, zodat deze data op een of andere wijze gegenereerd dienen te worden. Met het oog daarop wordt in hoofdstuk

7 een balansopstelling ontwikkeld waarmee dergelijke data op jaarbasis kunnen worden verkregen. Omdat het hiermee verkregen aantal echter bescheiden is in vergelijking met het aantal regressoren in de instroomvergelijking, wordt vervolgens een Markov-achtig model ontwikkeld waarmee naar verwachting een groter aantal data m.b.t. de instroom kan worden gegenereerd. Deze verwachting wordt echter niet bewaarheid, met als gevolg dat in de regressie-analyse slechts een beperkt aantal regresssoren kan worden toegelaten. Verder komen in de beslissingsregels naast prijzen uit de lopende periode ook verwachte prijzen voor. Voor deze prijsverwachtingen staan echter evenmin observaties ter beschikking, zodat ook deze op een of andere wijze gegenereerd dienen te worden. Daarbij dient rekening gehouden te worden met de omstandigheid dat de Gemeenschappelijke zuivel- en rundvleesmarkt geordend zijn, een omstandigheid die ongetwijfeld van invloed is op deze verwachtingen. In hoofdstuk 8 onderzoeken we nu enkele eenvoudige modellen voor deze verwachtingen. De keuze valt daarbij op een variant van het naïeve verwachtingenschema. Voor de verwachte melkprijs bijv. houdt dit in, dat deze gegeven wordt door de huidige richtprijs, gecorrigeerd voor de inflatoire kostenontwikkeling en de toename van de productiviteit binnen de melkveehouderij. Voegen we dit resultaat in voor de prijsverwachtingen in de beslissingsregels, dan rijst, ook al door de nauwe samenhang tussen de verschillende rundvleesprijzen, het probleem van storende multicollineariteit. De oplossing hiervoor wordt in hoofdstuk 9 gezocht in een vermindering van het aantal regressoren. Na deze voorbereidingen kan worden overgegaan tot het schatten van de elasticiteit van het melkaanbod op de lange termijn m.b.t. de melkprijs. Op basis van de schatting van de elasticiteit van het melkaanbod op de korte en de lange termijn wordt in hoofdstuk 10 tenslotte het totale effect van een melkprijsverandering op de omvang van de nationale melkproductie berekend.

## Literatuur

1. H. Askari and J. Cummings, Agricultural Supply Response, A Survey of the Econometric Evidence, Praeger Publishers, New York, 1976.
   M. Nerlove, The Dynamics of Supply: Estimation of Farmers' Response to Price, John Hopkins University Press, Baltimore, 1958.
   P.C. van den Noort et al., Relationships between milk production and price in the EC, Agricultural Studies, Study P 214, Commission of the European Communities, Bruxelles, 1981.
   A. Oskam, Modelvorming bij het zuivelbeleid van de Europese Gemeenschappen, Proefschrift, Universiteit van Amsterdam, 1988.
   H. Slotwijk, A simple model of the EC dairy market, Centraal Plan Bureau, Occasional paper no 37, Den Haag, 1986.
2. J. Chavas and R.M. Klemme, Aggregate Milk Supply Response and Investment Behavior on U.S. Dairy Farms, American Journal of Agricultural Economics, 1986.
   Z. Eckstein, The Dynamics of Agricultural Supply: A Reconsideration, American Journal of Agricultural Economics, 1985.
   M. Nerlove, The Dynamics of Supply: Retrospect and Prospect, American Journal of Agricultural Economics, 1979.
   M. Nerlove, D. Grether and J. Carvalho, Analysis of Economic Time Series; A Synthesis, Academic Press, New York, 1979.
   A. Rayner, Investment Theory, Adjustment Costs and Milk Supply Response, Oxford Agrarian Studies, 1975.
3. J. Elhorst, De investeringen in kapitaalgoederen en het financieringsvraagstuk in de Nederlandse landbouw; Een econometrisch onderzoek, Landbouw Economisch Instituut, Den Haag, 1987.
   P.C. van den Noort, Relationship between milk production and price variations in the Netherlands and Belgium, in: P.C. van den Noort et al., vermeld onder 1.
   A. Oskam and E. Osinga, Analysis of demand and supply in the dairy sector of the Netherlands, European Review of agricultural Economics, 1982.
   G. Thijssen, Productie- en investeringsgedrag in de rundveehouderij, Tijdschrift voor Sociaalwetenschappelijk onderzoek van de landbouw, 1987.

# 2. De betekenis van de korte en de lange termijn voor de omvang van de melkproductie

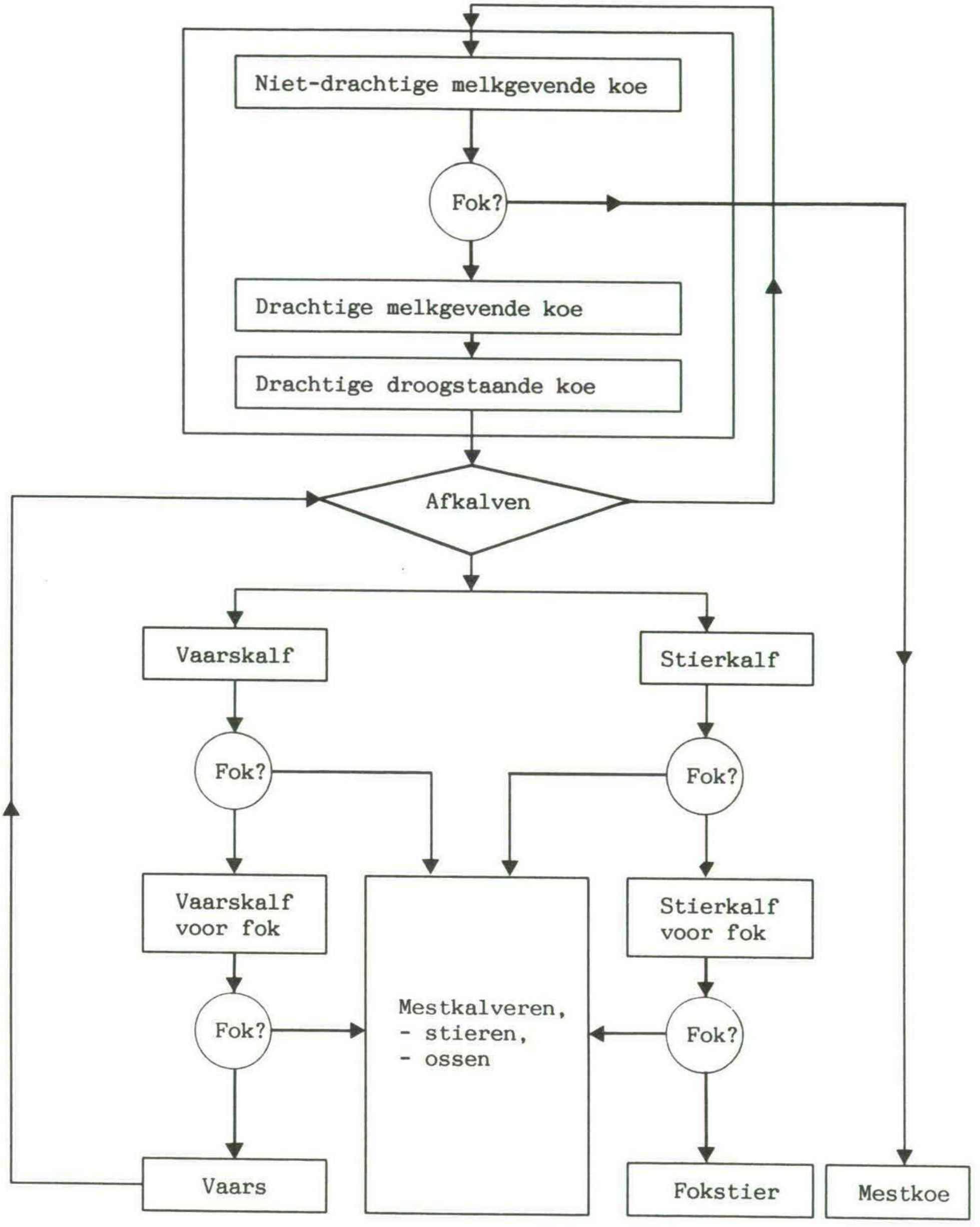
## § 0. Inleiding

De melkproductie van een land of bedrijf is het product van de gemiddelde melkgift, of de melkgift per koe, en het aantal dieren dat aan de productie deelneemt. De melkveehouders kunnen de omvang van deze productie zodoende, in reactie op zich wijzigende omstandigheden, via de gemiddelde melkgift, via het aantal productiedieren en tenslotte via een combinatie van deze twee factoren beïnvloeden. De termijn waarop een wenselijk geachte verandering in deze factoren gerealiseerd kan worden en effect heeft op de omvang van de melkproductie, is echter verschillend. Maatregelen m.b.t. de gemiddelde melkgift resulteren vrijwel zonder vertraging in een verandering van dit gemiddelde en daarmee cet. par. van de omvang van de melkproductie, maar met een verandering in de omvang van de melkproductie d.m.v. uitbreiding of inkrimping van de melkveestapel is, in het algemeen gesproken, beduidend meer tijd gemoeid. Omgekeerd houdt dit in, dat de hoogte van de melkproductie bij een gegeven omvang van de melkveestapel - d.w.z. op de korte termijn - voornamelijk beïnvloed kan worden via de gemiddelde melkgift en eerst op langere termijn via zowel de omvang van de melkveestapel als de gemiddelde melkgift.
In dit hoofstuk zetten we nu allereerst de oorzaak van dit verschil in detail uiteen. Dat biedt tevens de mogelijkheid de inhoud van een aantal begrippen die in dit onderzoek gehanteerd worden, te verduidelijken. Vervolgens geven we de consequenties die we aan dit onderscheid verbinden.

## § 1. Apart model voor korte en lange termijn

Een voor de hand liggend startpunt voor het opsporen van het hierboven gesignaleerde onderscheid vormen de relaties die tussen en binnen de melkveesector en de rundermesterij bestaan. In figuur 2.1.1 zijn de belangrijkste daarvan schematisch weergegeven.

Figuur 2.1.1 Voornaamste biologische relaties binnen de rundveehouderij




De cirkels in deze figuur staan voor die situaties waar een keuze mogelijk is v.w.b. de bestemming die aan een rund gegeven wordt. Omwille van de inzichtelijkheid van de figuur is de uitval in de diverse onderscheiden categorieën rundvee door sterfte niet opgenomen, evenmin als de rundveetransacties met het buitenland.

Centraal staat in figuur 2.1.1 de in drie groepen opgesplitste categorie melkkoeien. De door deze koeien geproduceerde melk wordt, voor zover niet aangewend voor de opfok van kalveren, afgeleverd aan de zuivelindustrie en daar verder verwerkt. De tweede output van deze categorie vormen de kalveren. De bestemming van de kalveren hangt o.m. af van het geslacht ervan. Kalveren van het vrouwelijke geslacht, vaarskalveren, kunnen bestemd worden om na opfok de melkveestapel op peil te houden of uit te breiden of ze kunnen ingezet worden in de mesterij. Krijgen ze de bestemming melkkoe, dan worden ze, zodra ze afkalven, opgenomen in de melkveestapel. Als koe nemen ze dan ofwel niet dan wel één of meer malen deel aan het reproductieproces, waarna ze, na eventueel nog afgemest te zijn, worden overgedaan aan de vleesverwerkende industrie. Van de stierkalveren is een klein gedeelte nodig om t.z.t. gedurende een aantal perioden een bijdrage te leveren aan de instandhouding van de rundveestapel, het overgrote deel stroomt echter de mesterijsector in. Uiteindelijk worden ze opgenomen door de slachterijen. De kalveren die niet voor reproductie geselecteerd worden, worden tot een per categorie verschillend eindgewicht vetgemest en daarna verkocht voor de slacht.

Bezien wij na deze hoofdlijnen de betrekkingen binnen de melkveesector nader. Zoals hierboven al werd opgemerkt, kan een vaarskalf in de melk- of in de vleessector worden ingezet. De bestemming die het krijgt, wordt o.m. door de kwaliteiten van de moeder bepaald: in principe worden de vaarskalveren van de beste koeien geselecteerd voor de fokrichting. Deze selectie is voorlopig. Tijdens de opfok kan een dier zich zodanig ontwikkelen, dat de oorspronkelijke bestemming gewijzigd moet worden en alsnog overheveling naar de mesterijsector moet plaatsvinden. Op het einde van de opfokperiode - de dieren zijn dan ongeveer achttien maanden oud, met een ruime marge daaromheen - worden uit de overgebleven dieren de exemplaren geselecteerd die definitief geschikt worden geacht voor de melkveehouderij, terwijl de overige voor de mesterijsector bestemd worden. De geselecteerde dieren echter worden bevrucht - we noemen ze dan vaars - en onmiddellijk na het afkalven na een drachtperiode van negen maanden opgenomen in de melkveestapel. Het traject vanaf de geboorte van een vaarskalf tot de instroming ervan in het koeienbestand beslaat zodoende ongeveer dertig maanden, met een ruime marge daaromheen. Direct na het

afkalven komt de melkproductie op gang. De gemiddelde duur van een lactatieperiode bedraagt in Nederland ongeveer tien maanden. Enkele maanden na de geboorte van het kalf kan een koe wederom bevrucht worden. Treedt daarbij geen drachtigheid op, dan stopt het dier na verloop van tijd de melkproductie. Wordt het wel drachtig, dan zal het na de geboorte van het volgende kalf een nieuwe lactatieperiode beginnen. De tijd die verstrijkt tussen twee opeenvolgende geboorten - de tussenkalftijd - beslaat ongeveer twaalf maanden. Gedurende de twee maanden liggend tussen het einde van de lactatieperiode en de geboorte van het volgende kalf geeft een koe geen melk, zij staat dan droog. Of een koe opnieuw bevrucht wordt, hangt o.m. af van de prestaties die zij geleverd heeft, de kwaliteiten die zij aan de dag heeft gelegd alsmede haar geschiktheid een nieuwe lactatieperiode te beginnen. Die koeien die i.v.m. tegenvallende prestaties, leeftijd, reproductiestoornissen en dergelijke niet langer geschikt geacht worden voor handhaving in de melkveestapel, worden niet opnieuw bevrucht, maar verdwijnen naar de mesterijsector.
Tussen het tijdstip waarop een vaars wordt opgenomen in de melkveestapel en het moment van uitstoot ligt in Nederland tegenwoordig een periode van ruim vier jaar. Om de melkveestapel op peil te houden moet zodoende op jaarbasis ongeveer 25% van het bestand vervangen worden. De gemiddelde productieve levensduur wordt ten dele door biologische factoren, ten dele door economische overwegingen bepaald [1]. De omvang waarin en de snelheid waarmee melkvee om economische redenen wordt afgestoten, hangt af van de oorzaak van het verschil tussen de bestaande omvang van de melkveestapel en het om een of andere reden wenselijk geworden niveau van de melkveestapel.

Een verandering in de omvang van de melkveestapel kan, structureel gezien, alleen verwezenlijkt worden via een verandering in het niveau van de instroom van vaarzen. Omdat vaarzen een drachtigheidsperiode moeten doorlopen, is daar in principe een periode van negen maanden mee gemoeid. Gedurende deze overgangsperiode kan de omvang van de veestapel alleen beïnvloed worden via het niveau van de economische uitstoot. Onder normale omstandigheden, d.w.z. afgezien van situaties met overheidsingrijpen of bijv. een acuut tekort aan voer, zal deze uitstoot geleidelijk gerealiseerd worden. Dat betekent echter, dat de omvang van de melkveestapel gedurende deze overgangsperiode bij benadering constant blijft. Wordt op een bepaald moment bijv. een uitbreiding van de stapel wenselijk geacht door de veehouders, dan kan deze uitbreiding pas op zijn vroegst na negen maanden gerealiseerd worden. Gedurende tenminste deze negen maanden ligt de omvang van de stapel echter om en nabij vast. Maximaal is deze gelijk aan het aantal stuks melkvee dat aan het begin van die negen-maands periode aanwezig is, vermeerderd met het aantal vaarzen dat in die periode zal afkalven en verminderd met de uitstoot van dieren, voorzover die biologisch bepaald is. Weliswaar kan de omvang in theorie van de ene op de andere dag uitgebreid worden via de import van dieren die melk geven of binnen korte tijd afkalven, maar onder normale omstandigheden verhinderen de kosten daarvan alsmede de veterinaire wetgeving dat zulks op belangrijke schaal plaatsvindt. Daarbij gaan we er vanuit, dat een zodanig aantal stuks jongvee voor bevruchting beschikbaar is dat de beoogde uitbreiding mogelijk is en verder, dat deze dieren bij de eerste bevruchting drachtig raken. Is dat niet het geval, dan vergt een uitbreiding zeker meer dan negen maanden. Waar de melkveehouders juist met het oog op de mogelijkheid tot selectie meer vrouwelijk jongvee voor de fok plegen aan te houden dan overeenkomt met de vervangingsbehoefte, zal de eerste voorwaarde hoogstens gedurende een korte tijd een belemmering voor het aanpassingsproces vormen. Vast staat verder, dat met het optreden van drachtigheid ook bij het, vruchtbare, jongvee gemiddeld meer dan één bevruchting gemoeid is. Bedenken we dat de cycluslengte van een rund drie weken bedraagt en houden we er verder nog rekening mee dat het selecteren van voor instroom in de melkveestapel in aanmerking komende dieren een proces is waarmee ook tijd gemoeid is, dan bedraagt de termijn waarop een uitbreiding van de melkveestapel mogelijk is om en nabij twaalf maanden. Eenzelfde redenering gaat op voor de situatie, dat een inkrimping van de melkveestapel wenselijk wordt geacht. Aangezien onder normale omstandigheden ook een inkrimping geleidelijk wordt gerealiseerd, is de omvang van de melkveestapel ook in dit geval op korte termijn bij benadering constant. Export van gebruiksvee biedt om dezelfde redenen als genoemd bij import geen soulaas, zodat de enige mogelijkheid om op korte termijn tot een geringere omvang te komen wordt gevormd door de verkoop voor de slacht van niet langer voldoend resp. marginaal productieve dieren, bovenop de uitstoot t.g.v. biologische oorzaken. Het feit, dat een vergroting van het aanbod van slachtvee gevolgen heeft voor de prijzen op de slachtveemarkten vormt echter een rem op de versnelling van het aanbod van slachtvee en is daarmee een reden de uitstoot geleidelijk in de tijd te realiseren. Bovendien zal de veehouder slachtvee in het algemeen goed bevleesd ter markt brengen. Omdat een inkrimping van de melkveestapel, structureel gezien, tot stand moet komen via een verlaging van de instroom van vaarzen tot beneden de vervangingsbehoefte en omdat de economische uitstoot onder normale omstandigheden geleidelijk wordt afgewikkeld tijdens de overgang van de bestaande op de wenselijk geworden omvang van de melkveestapel, zal de omvang van de melkveestapel tijdens deze overgangsperiode bij benadering constant zijn. Een ondergrens voor de tijd die hiermee gemoeid is, vermogen we hier echter i.t.t. de situatie van uitbreiding niet te geven. Als benadering van de termijn gedurende welke de omvang van de melkveestapel nog constant blijft, gegeven dat een verandering in deze omvang wenselijk wordt geacht, gaan we uit overwegingen van symmetrie uit van een periode van een jaar.

Wanneer op termijn van een jaar, de korte termijn, het aantal aan de melkproductie deelnemende dieren bij benadering constant is, kan de omvang van de melkproductie op deze korte termijn voornamelijk enkel via de gemiddelde melkgift beïnvloed worden. Pas op langere termijn is ook via inkrimping of uitbreiding van de melkveestapel een verandering in de omvang van de melkproduktie mogelijk. In verband daarmee splitsen we de modellering van de ontwikkeling van de melkproductie op in twee delen [2]. In het eerste deel komen de korte termijn aspecten aan de orde, terwijl in het tweede deel de lange termijn aspecten in beschouwing worden genomen. Het model voor de determinanten van de melkgift per koe vormt het onderwerp van het volgende hoofdstuk. De modellering van de factoren die de omvang van de melkveestapel bepalen, wordt gegeven in de drie daarop volgende hoofdstukken.

Met mgk de melkgift per koe en $\bar{c}$ het aan de productie deelnemende aantal dieren wordt de opsplitsing van de melkproductie, mp, gegeven door

$$mp = mgk.\bar{c} \tag{2.1.1}$$

De betekenis van een verandering van de melkprijs, pm, voor het niveau van de melkgift alsmede de omvang van de melkveestapel, en daarmee voor de omvang van de melkproductie, kan nu worden gemeten met de elasticiteit van de melkproductie m.b.t. de melkprijs. Deze elasticiteit wordt gedefinieerd als de verhouding van de (procentuele) verandering van de melkproductie als gevolg van een (procentuele) verandering in de melkprijs:

$$\frac{\frac{\Delta mp}{mp}}{\frac{\Delta pm}{pm}} = \frac{\frac{\Delta mp}{\Delta pm}}{\frac{mp}{pm}} \qquad (2.1.2)$$

Op basis van (2.1.1) wordt $\frac{\Delta mp}{\Delta pm}$ gegeven door

$$\frac{\Delta mp}{\Delta pm} = \frac{\Delta mgk}{\Delta pm}.\bar{c} + \frac{\Delta \bar{c}}{\Delta pm}.mgk \qquad (2.1.3)$$

Invoeging van (2.1.3) in (2.1.2) levert nu

$$\frac{\frac{\Delta mp}{\Delta pm}}{\frac{mp}{pm}} = \frac{\Delta mgk}{\Delta pm}.\frac{pm}{mgk} + \frac{\Delta \bar{c}}{\Delta pm}\,\frac{pm}{\bar{c}} \qquad (2.1.4)$$

De elasticiteit van de melkproductie m.b.t. de melkprijs is zodoende gelijk aan de som van de elasticiteit van de melkgift, $\frac{\Delta mgk}{\Delta pm}.\frac{pm}{mgk}$, en die van de melkveestapel, $\frac{\Delta \bar{c}}{\Delta pm}\,\frac{pm}{\bar{c}}$. De eerste noemen we de korte termijn elasticiteit en de tweede de lange termijn elasticiteit.

## Literatuur

1. D. Stellingwerf, De afvoerredenen en gebruiksduur van melkvee, Proefschrift, Rijksuniversiteit Utrecht, Utrecht, 1977.
2. Verg. voor het hanteren van een dichotomie bijv.:

   G.W. Ladd and G.R. Winter, Supply of Dairy Products by Iowa State Farmers, Journal of Farm Economics, 1961.

   G. Müller, Zur Anwendung der Markoffketten in der Analyse und Prognose der Betriebsstruktur der Landwirtschaft, Berichte über Landwirtschaft, 1967.

   G. Müller, Die voraussichtlichen Entwicklungstendenzen der Rindviehhaltung der Bundesrepublik Deutschland, Agrarwirtschaft, 1968.

   M. Evans, Growth Models of Cattle Production under the Guaranteed Price System, The Farm Economist, 1971.

   E.D. Ryll, Milchproduktion 1980 in den Ländern der BRD. Eine ökonometrische Analyse, Verlag Paul Parey, Hamburg und Berlin, 1973.

   A.J. Rayner, Investment Theory, Adjustment Costs and Milk Supply Response: A Preliminary Analysis Presenting Regional Supply Functions for England and Wales, Oxford Agrarian Studies, 1975.

   H. Doll, Analyse und Projektion der structurellen Veränderung der Milcherzeugung und Milchanlieferung in den einzelnen Regionen der Bundesrepublik Deutschland, Braunschweig, 1977.

# 3. De specificatie van de vergelijking voor de melkgift per koe

## § 0. Inleiding

In het voorgaande hoofdstuk is besloten in de modellering van de ontwikkeling van de nationale melkproductie rekening te houden met de termijn waarop de factoren die de hoogte van deze productie beïnvloeden, effect hebben. In dit hoofdstuk komt nu de modellering aan de orde van de grootheden die via de melkgift per koe de omvang van de nationale melkproductie op korte termijn beïnvloeden. In verband daarmee bezien we in paragraaf 1 kort de determinanten van de melkgift. Van deze determinanten is op de korte termijn vooral de verstrekte hoeveelheid ruw- en krachtvoer van belang. De inzet daarvan hangt echter af van de prijzen van deze inputs in vergelijking met de prijs van de output, melk, zodat ook economische overwegingen een rol spelen. Met ruw- en krachtvoer als argument in een productiefunctie voor de melkgift per koe leiden we vervolgens in paragraaf 2 met behulp van een eenvoudig beslissingsmodel een relatie af voor de (optimale) ontwikkeling van de melkgift per koe. Op basis van deze relatie wordt tenslotte een schatting gegeven van het effect van een melkprijsverandering op de melkgift per koe op de korte termijn.

## § 1. De determinanten van de melkgift

De melkgift van een koe wordt, behalve door economische overwegingen, bepaald door een aantal factoren van biologische aard. Grofweg kunnen deze gerangschikt worden onder de categorieën aanleg en verzorging.

De eerste factor uit de categorie aanleg die in dit verband van belang is, wordt gevormd door het melkveeras waartoe een koe behoort. Tussen de rassen bestaan belangrijke, genetisch bepaalde, verschillen in (gemiddelde) melkgift en vet- en eiwitgehalte van de melk. Zo geeft een koe van het Maas-Rijn-IJssel(MRIJ)-ras gemiddeld zo'n 2,5% minder melk dan een koe van het Fries-Hollandse (FH) ras, terwijl het verschil in vetgehalte zelfs bijna 6% bedraagt [1]. Onderstaande tabel geeft een indicatie van de verschuivingen die in de periode 1970-1985 tussen de voornaamste rundveerassen, MRIJ, FH en HF (Holstein-Friesian), zijn opgetreden.

Tabel 3.1.1 Aantal eerste inseminaties naar ras van de stier (in %) [1]

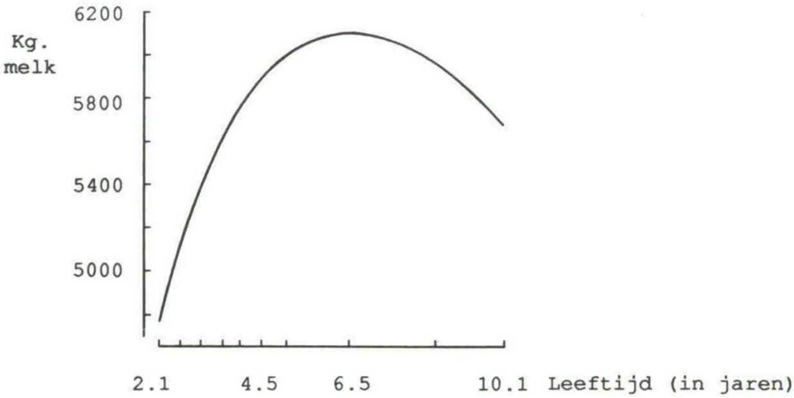
| Ras / Jaar | 1970 | 1971 | 1972 | 1973 | 1974 | 1975 | 1976 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| FH | 65,5 | 64,5 | 64,3 | 63,9 | 64,1 | 63,1 | 61,8 |
| HF | 0,0 | 0,1 | 0,3 | 0,4 | 0,4 | 1,2 | 2,4 |
| MRIJ | 33,0 | 33,9 | 34,3 | 34,5 | 34,3 | 34,5 | 34,6 |
| Overige | 1,5 | 1,5 | 1,1 | 1,2 | 1,2 | 1,2 | 1,2 |
| Totaal (in 1000) | 1323 | 1346 | 1421 | 1489 | 1549 | 1618 | 1641 |

| Ras / Jaar | 1977 | 1978 | 1979 | 1980 | 1981 | 1982 | 1983 | 1984 | 1985 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| FH | 60,0 | 56,6 | 55,8 | 53,0 | 42,6 | 29,6 | 26,2 | 22,6 | 18,8 |
| HF | 5,1 | 7,4 | 8,5 | 10,7 | 22,9 | 36,9 | 40,9 | 44,0 | 49,5 |
| MRIJ | 34,7 | 34,8 | 34,6 | 35,3 | 33,5 | 32,3 | 31,7 | 32,0 | 30,6 |
| Overige | 1,2 | 1,2 | 1,1 | 1,0 | 1,0 | 1,2 | 1,2 | 1,4 | 1,1 |
| Totaal (in 1000) | 1649 | 1725 | 1817 | 1876 | 1742 | 2022 | 2108 | 2103 | 2084 |

Uit tabel 3.1.1 blijkt dat het aandeel van het FH-ras in de eerste inseminaties is teruggelopen ten gunste van het sterk opgekomen HF-ras. Dit (Amerikaanse) ras wordt gekenmerkt door een hogere melkgift dan het FH-ras bij een wat lager vetgehalte.

Een tweede factor die van betekenis is, is de leeftijd van het dier. In figuur 3.1.1 is een beeld gegeven van de melkproductie van koeien van hetzelfde melkveeras als functie van de leeftijd.

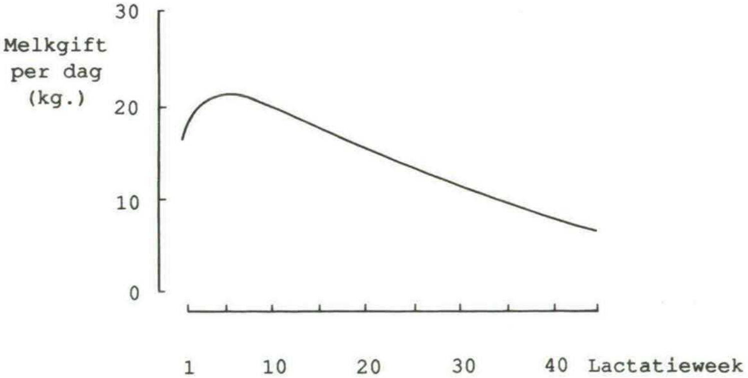
Figuur 3.1.1 De melkproductie als functie van de leeftijd (zwartbont ras)




Uit figuur 3.1.1 blijkt dat er tussen dieren van verschillende leeftijd belangrijke verschillen in melkgift bestaan. Een koe van vijf jaar geeft (gemiddeld) bijna 20% meer melk dan één van tweeëneenhalf jaar [1].

Een volgende grootheid die van invloed is, is de lengte van de lactatieperiode en de duur van de tussenkalftijd. Figuur 3.1.2 geeft het verloop van de melkgift tijdens de lactatieperiode [2].

Figuur 3.1.2 Het verloop van de melkgift gedurende de lactatieperiode



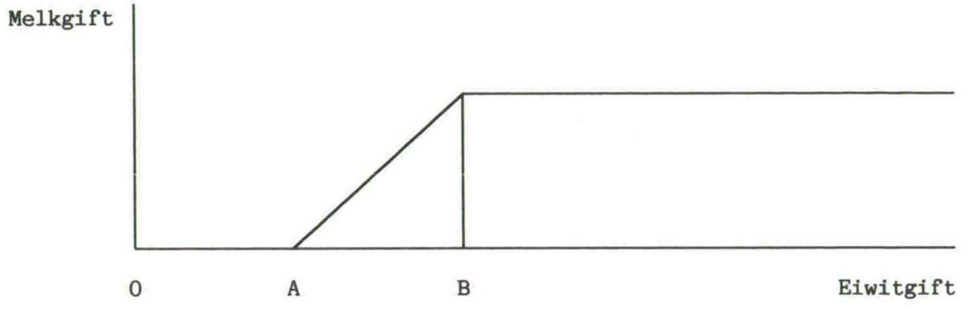
Door ervoor te zorgen dat een koe tijdig opnieuw drachtig wordt, kan de periode met een relatief lage dagelijkse melkgift en de tussenkalftijd bekort worden [3].

Verder heeft de periode van afkalven invloed op de melkproductie. De hoogste lactatieproductie wordt bereikt door omstreeks oktober-november kalvende koeien en de laagste door koeien die omstreeks mei-juli afkalven [4], [5]. "De oorzaak van dit verschil in niveau voor verschillende afkalfperioden moet gezocht worden in verschillen in voedingsomstandigheden. De gunstige weide-omstandigheden in de vóórzomer hebben een stimulerend effect op de melkproductie. In de herfst daarentegen komen de koeien in de weide vaak tekort. Voor de koeien die in voorjaar en zomer afkalven, vallen de gunstigste omstandigheden op een moment dat de melkproductie toch al hoog is. De koeien die in herfst en winter afkalven daarentegen ondervinden bij het in de weide gaan een nieuwe stimulans voor de melkproductie" [5].

Als laatste, doch niet als de minst belangrijke van de factoren binnen de categorie aanleg, is er de genetische kwaliteit in enge zin van een melkkoe. Tussen koeien van hetzelfde ras en met dezelfde leeftijd, tussenkalftijd en afkalfperiode, die alle dezelfde verzorging krijgen, blijken belangrijke verschillen in melkgift te bestaan. Deze verschillen worden toegeschreven aan verschillen in de genetische kwaliteit in enge zin. Door de inzet van fokstieren waarvan de vererving van factoren als melkgift, vetgehalte en bijv. melkbaarheid op basis van een testprogramma is komen vast te staan, kan gericht naar het behoud en de verdere ontwikkeling van gewenste kwaliteiten en eigenschappen worden toegewerkt [6].

Het tweede complex van op de melkgift inwerkende factoren wordt gevormd door de verzorging. Binnen deze categorie is, naast huisvesting en het voorkómen en bestrijden van ziekten, vooral de kwaliteit en kwantiteit van het verstrekte voerpakket, bestaande uit ingrediënten als bijv. graan-(afvallen), kuil- en vers gras en snijmaïs van belang. M.b.t. het verband tussen de output aan melk en de voerinputs is en wordt nog steeds veel onderzoek verricht [7]. Mede op basis van de resultaten van dergelijk onderzoek kunnen aan de melkveehouders aanbevelingen worden gedaan t.a.v. de samenstelling van het te verstrekken voerpakket. Gelet op het grote aantal variabelen dat in dit conversieproces van belang is, is het echter niet verwonderlijk dat deze relaties wel bij benadering, doch niet exact bekend zijn [8]. Uit dergelijk onderzoek is o.m. gebleken dat het voor een bevredigend verloop van het melkproductieproces nodig is, dat het voerpakket aan een aantal eisen voldoet. Deze eisen betreffen de samenstelling van het pakket naar componenten als eiwit, energetische waarde, vitaminen en derg. meer [9]. Ter illustratie hiervan is in figuur 3.1.3 de omvang van de melkgift als functie van de beschikbaar gestelde hoeveelheid eiwit gestyleerd weergegeven. Daarbij zijn de overige relevante voedingscomponenten constant genomen [9].

Figuur 3.1.3 Het verband tussen melkgift en verstrekte hoeveelheid eiwit




In de von Liebig productiefunctie in figuur 3.1.3, geeft het lijnstuk OA aan, hoeveel eiwit een koe nodig heeft voor onderhoud. Wanneer dit minimum overschreden wordt, resulteert uit een vergroting van de eiwitgift een, hier rechtevenredig genomen, toename van de melkgift. Economisch gezien is het echter niet zinvol de eiwitverstrekking hoger op te voeren dan het niveau OB.

Elk ingrediënt van het voerpakket wordt gekenmerkt door een specifieke samenstelling naar deze componenten. Omdat deze ingrediënten voor deze componenten substituten van elkaar zijn, kan een bepaald niveau van deze componenten in het voerpakket in het algemeen via meerdere combinaties van ingrediënten verkregen worden. Aan de veehouder is de keuze van het niveau waarop zich de eiwitvoorziening, de energiewaarde en derg. gaat bevinden alsmede de samenstelling naar ingrediënten van het hiermee corresponderende voerpakket.

We zullen de ingrediënten niet elk afzonderlijk in beschouwing nemen, maar volstaan met de categorieën ruwvoer, bijv. hooi, vers gras en snijmais, en krachtvoer, bijv. graan. De toedeling van een willekeurig ingrediënt uit het voerpakket aan één van deze twee categorieën geschiedt aan de hand van het ruwvezelgehalte van de betreffende input. Omdat de ingrediënten van het voerpakket tot op zekere hoogte substituten van elkaar zijn, kunnen ook ruw- en krachtvoer elkaar binnen zekere grenzen vervangen.

Het binnen de melkveesector ingezette ruwvoer wordt bijna helemaal binnen deze sector voortgebracht, doch dat geldt niet voor het ingezette krachtvoer. Een belangrijk deel van de krachtvoerinput wordt in de nationale akkerbouwsector geproduceerd of is afkomstig uit import. Ten dele wordt dit geïmporteerde krachtvoer ingezet in zijn kwaliteit van krachtvoer, ten dele vervangt het ruwvoer. Aangenomen mag worden, dat de omvang van het binnenlandse areaal, waarover de melkveehouderij voor de winning van ruw- en krachtvoer kan beschikken, bij gelijkblijvende prijsverhouding tussen melk- en akkerbouwprodukten op korte termijn niet of nauwelijks veranderd zal worden en vastligt. Bij afwezigheid van importen zou deze vastliggende omvang de maximale output aan voer bepalen en daarmee de maximale uitbreiding van de melkproductie op korte termijn begrenzen. Voor zover het echter mogelijk is via de importen op korte termijn op de ontwikkeling van de vraag naar krachtvoer, hetzij als zodanig hetzij als substituut van ruwvoer, vanuit de melkveesector te reageren, kan deze begrenzing worden verschoven en daarmee de bottleneckwerking worden opgeheven.

Met de voor de korte termijn vastliggende omvang van de melkveestapel liggen ook factoren als de samenstelling naar ras, leeftijdsklassen en afkalftijdstippen vast, zodat deze geen betekenis hebben voorzover het de mogelijkheid tot beïnvloeding van de omvang van de melkproductie op korte termijn betreft. Dat is echter niet het geval met het verstrekte voerpakket. Op korte termijn kan zowel de omvang als de samenstelling daarvan veranderd worden en zodoende de omvang van de melkgift beïnvloed worden. Daarmee komen de economische determinanten van de melkgift per koe in zicht.

## § 2. De vergelijking van de melkgift per koe

In paragraaf 1 is geconcludeerd, dat de omvang van de melkproductie op korte termijn kan worden beïnvloed d.m.v. de hoeveelheden ruw- en krachtvoer die verstrekt worden. Bij de keuze van de in te zetten combinatie laat de melkveehouder zich leiden, zo veronderstellen we, door de relatieve profitabiliteit van kracht- en ruwvoer. Uiteraard moet de gekozen combinatie technisch mogelijk zijn: de omvang van de kracht- en ruwvoergift kan de opnamecapaciteit van de koe niet overschrijden noch mag deze het voor het onderhoud van het dier minimaal vereiste niveau onderschrijden. Met het oog op de gezondheid van het dier mag echter aangenomen worden, dat combinaties die zich op de grens van deze mogelijkheden bevinden, niet dan bij uitzondering aangehouden zullen worden en dan nog slechts gedurende een kort tijdsbestek. Ook kan de per koe te verstrekken hoeveelheid kracht- en ruwvoer niet groter zijn dan de hoeveelheid die per koe van het beschikbare areaal ter beschikking komt. I.v.m. de omstandigheid dat het beschikbare areaal op korte termijn kan worden uitgebreid via een vergroting van de import van voergranen en dat bovendien ruwvoer kan worden vervangen door krachtvoer, gaan wij ervan uit, dat de keuze zich beweegt binnen de grenzen gegeven door deze vereisten, maar daardoor niet beperkt en/of bepaald wordt. De keuze hangt enkel van de relatieve profitabiliteit van de inzet van kracht- dan wel ruwvoer af.

Rekening houdend met het bestaan van substitutiemogelijkheden tussen ruw- en krachtvoer en aannemend dat een vergroting van de inzet van deze inputs in een minder dan evenredige toename van de output aan melk resulteert, gaan we er nu vanuit dat de gemiddelde <u>m</u>elk<u>g</u>ift van een <u>k</u>oe in een periode t, $mgk_t$, kan worden weergegeven met de volgende productiefunctie

$$mgk_t = \alpha_{0t}.kgk_t^{\alpha_{11}}.rgk_t^{\alpha_{22}} \tag{3.2.1}$$

Daarbij staat $kgk_t$ voor de <u>k</u>rachtvoer<u>g</u>ift per <u>k</u>oe in periode t en $rgk_t$ voor het <u>r</u>uwvoer<u>g</u>ift per <u>k</u>oe. Door te eisen dat steeds $\alpha_{11} + \alpha_{22} < 1$ bereiken we, dat de productiefunctie wordt gekenmerkt door afnemende schaalopbrengsten. Via de tijdsafhankelijke coëfficiënt $\alpha_{0t}$ wordt rekening gehouden met de samenstelling van de melkveestapel naar ras, leeftijd en derg. Voor een gegeven periode ligt deze samenstelling, en dus ook $\alpha_{0t}$, vast, maar op langere termijn kan deze veranderingen ondergaan. De elasticiteiten $\alpha_{11}$ en $\alpha_{22}$ staan voor de kwaliteiten van de gemiddelde koe v.w.b. de omzetting van voer in melk. Omdat de opbouw naar componenten van de ingrediënten van het ruw- en krachtvoerpakket onder invloed van de weersomstandigheden niet constant is in de tijd, zijn ook de omzettingsverhoudingen voor elk van deze ingrediënten afzonderlijk tijdsafhankelijk. Omdat we echter niet uitgaan van de afzonderlijke ingrediënten, maar van de verzamelcategorieën ruw- en krachtvoer, die juist zo worden samengesteld dat ze zoveel mogelijk een constante opbouw naar componenten leveren, mag aangenomen worden dat de elasticiteiten $\alpha_{11}$ en $\alpha_{22}$ bij benadering constant zijn in de loop van de tijd: een eenheid krachtvoer levert cet. par. bij benadering steeds eenzelfde hoeveelheid melk, welke periode ook in beschouwing genomen wordt.

Op basis van het bovenstaande kan de vraag, welke combinatie van ruw- en krachtvoer met het oog op de melkgift per koe in een periode t dient te worden gekozen, nu beantwoord worden m.b.v. het volgende beslissingsmodel

$$\max F_0 = \frac{c_{t-1}+c_t}{2} \frac{pm_t}{(1+i)^t} mgk_t - \frac{c_{t-1}+c_t}{2} \left[\frac{pkgk_t}{(1+i)^t} kgk_t + \frac{prgk_t}{(1+i)^t} rgk_t\right] \tag{3.2.2}$$

met inachtneming van de voorwaarde

$$mgk_t = \alpha_{0t} kgk_t^{\alpha_{11}} rgk_t^{\alpha_{22}} \tag{3.2.3}$$

Daarin staat $\frac{c_{t-1}+c_t}{2}$ voor het aantal stuks melkvee dat in periode t gemiddeld op het bedrijf aanwezig is, $pm_t$ voor de prijs van melk in periode t, $pkgk_t$ resp. $prgk_t$ voor de prijs van (uitgaven voor) kracht- resp. ruwvoer, terwijl via de factor $\frac{1}{(1+i)^t}$ gecorrigeerd wordt voor inflatie. Door het beslissingsprobleem in termen van constante koopkracht te formuleren wordt bereikt, dat de voor de beslissingen relevante prijzen vergelijkbaar zijn over de tijd; op basis van deze vergelijkbaarheid is het vervolgens mogelijk de betekenis van deze grootheden voor de beslissing vast te stellen. Aangenomen is daarbij, dat deze prijzen niet afhankelijk zijn van de output van melk en de inzet van ruw- en krachtvoer. Verder blijven deze prijzen constant gedurende de beslissingsperiode t.

De eerste orde voorwaarden voor een maximum van (3.2.2) geven, na wegdeling van de factor $\frac{c_{t-1}+c_t}{2}$,

$$\ln kgk_t = \frac{\alpha_{22}-1}{1-\alpha_{11}-\alpha_{22}} \ln \frac{pkgk_t}{\alpha_{0t}\alpha_{11}(1+i)^t} - \frac{\alpha_{22}}{1-\alpha_{11}-\alpha_{22}} \ln \frac{prgk_t}{\alpha_{0t}\alpha_{22}(1+i)^t} +$$

$$+ \frac{1}{1-\alpha_{11}-\alpha_{22}} \ln \frac{pm_t}{(1+i)^t} \qquad (3.2.4)$$

$$\ln rgk_t = - \frac{\alpha_{11}}{1-\alpha_{11}-\alpha_{22}} \ln \frac{pkgk_t}{\alpha_{0t}\alpha_{11}(1+i)^t} + \frac{\alpha_{11}-1}{1-\alpha_{11}-\alpha_{22}} \ln \frac{prgk_t}{\alpha_{0t}\alpha_{22}(1+i)^t} +$$

$$+ \frac{1}{1-\alpha_{11}-\alpha_{22}} \ln \frac{pm_t}{(1+i)^t} \qquad (3.2.5)$$

Substitutie van (3.2.4) en (3.2.5) in (3.2.3) levert nu als optimale omvang van de melkgift per koe

$$\ln mgk_t = \frac{1}{1-\alpha_{11}-\alpha_{22}} \ln \alpha_{0t} + \frac{\alpha_{11}}{1-\alpha_{11}-\alpha_{22}} \ln \alpha_{11} + \frac{\alpha_{22}}{1-\alpha_{11}-\alpha_{22}} \ln \alpha_{22} +$$

$$- \frac{\alpha_{11}}{1-\alpha_{11}-\alpha_{22}} \ln \frac{pkgk_t}{(1+i)^t} - \frac{\alpha_{22}}{1-\alpha_{11}-\alpha_{22}} \ln \frac{prgk_t}{(1+i)^t} +$$

$$+ \frac{\alpha_{11}+\alpha_{22}}{1-\alpha_{11}-\alpha_{22}} \ln \frac{pm_t}{(1+i)^t} \qquad (3.2.6)$$

Onder de gemaakte veronderstellingen wordt de optimale melkgift per koe in jaar t bepaald door de voor inflatie gecorrigeerde output- en inputprijzen, de samenstelling van de melkveestapel naar rassen en de overige aanlegfactoren, weergegeven via de coëfficiënt $\alpha_{0t}$, alsmede tenslotte de elasticiteiten $\alpha_{11}$ en $\alpha_{22}$.

De elasticiteit van de melkgift per koe m.b.t. de melkprijs wordt nu gegeven door

$$\frac{\Delta mgk}{\Delta pm} \cdot \frac{pm}{mgk}, \qquad (3.2.7)$$

verg. (2.1.4). We schatten deze elasticiteit door het gemiddelde te nemen van de elasticiteiten in de afzonderlijke periodes

$$\frac{\Delta mgk}{\Delta pm} \cdot \frac{pm}{mgk} = \frac{1}{T} \left\{ \sum_{t=1}^{T} \frac{\partial mgk_t}{\partial pm_t} \cdot \frac{pm_t}{mgk_t} \right\} \qquad (3.2.8)$$

met T het aantal periodes. Met $\frac{\partial mgk_t}{\partial pm_t}.\frac{pm_t}{mgk_t} = \frac{\alpha_{11}+\alpha_{22}}{1-\alpha_{11}-\alpha_{22}}$ volgt nu voor de korte termijn elasticiteit

$$\frac{\Delta mgk}{\Delta pm}\,\frac{pm}{mgk} = \frac{\alpha_{11}+\alpha_{22}}{1-\alpha_{11}-\alpha_{22}} \tag{3.2.9}$$

Hoewel voor de schatting van deze constante blijkbaar zowel (3.2.1), een primale formulering, als (3.2.6), de daarmee corresponderende duale weergave, als uitgangspunt kan worden genomen, zullen we ons beperken tot de duale formulering. De reden daarvan is, dat we v.w.b. de data voor de primale formulering slechts over grove benaderingen beschikken - bijv. het areaal grasland per koe als representant van de totale ruwvoergift -, terwijl ons voor (3.2.6) adequatere benaderingen beschikbaar staan.

Ofschoon de relatie (3.2.6) in principe op micro-niveau, op het niveau van de individuele onderneming, geldt, is ze ook macro, op het niveau van de sector als geheel, van toepassing. De functie (3.2.6) voldoet nl. aan de voorwaarden voor consistente aggregatie [10]. Als gevolg daarvan levert de schatting van de constante $\frac{\alpha_{11}+\alpha_{22}}{1-\alpha_{11}-\alpha_{22}}$ op basis van de ons enkel beschikbare macro-data de elasticiteit van de nationale melkproductie m.b.t. de (nationale) melkprijs. De hiervoor gebruikte macro-data, betrekking hebbend op de kalenderjaren 1970 tot 1985 staan opgenomen in tabel 2 van de appendix bij dit hoofdstuk.

Voordat tot de berekeningen kan worden overgegaan, dient echter eerst de grootheid $\alpha_{0t}$ operationeel gemaakt te worden. T.a.v. $\alpha_{0t}$ beschikken we nl. niet over waarnemingen. Daarom vervangen we deze door

$$\alpha_{0t} = \alpha_{00}\, e^{\alpha_{33}t}, \tag{3.2.10}$$

waarmee de variabele t, de tijd, de functie van regressor van $\alpha_{0t}$ overneemt. I.v.m. het aantal waarnemingen in vergelijking met het aantal regressoren nemen we verder ln $\frac{pm_t}{(1+i)^t}$ samen met ln $\frac{pkgk_t}{(1+i)^t}$ resp. ln $\frac{prgk_t}{(1+i)^t}$.
Op basis hiervan en na substitutie van (3.2.10) resulteert de volgende functionele relatie voor de beschrijving van de melkgift per koe in de tijd

$$\ln mgk_t = \frac{1}{1-\alpha_{11}-\alpha_{22}} \ln \alpha_{00} + \frac{\alpha_{11}}{1-\alpha_{11}-\alpha_{22}} \ln \alpha_{11} + \frac{\alpha_{22}}{1-\alpha_{11}-\alpha_{22}} \ln \alpha_{22} +$$

$$+ \frac{\alpha_{33}}{1-\alpha_{11}-\alpha_{22}} t - \frac{\alpha_{11}}{1-\alpha_{11}-\alpha_{22}} \ln \frac{pkgk_t}{pm_t} - \frac{\alpha_{22}}{1-\alpha_{11}-\alpha_{22}} \ln \frac{prgk_t}{pm_t} \quad (3.2.11)$$

In vergelijking met (3.2.6) is de (optimale) melkgift per koe nu niet langer gerelateerd aan prijzen met een constante koopkracht, doch aan reële prijzen.

Voegen we aan (3.2.11) een storingsterm toe teneinde rekening te houden met onvolkomenheden in de modellering en de gebruikte data, dan resulteert het volgende model voor de schatting van de aanbodelasticiteit op de korte termijn

$$\ln \underline{mgk}_t = \beta_{10} + \beta_{11} t - \beta_{12} \ln \frac{pkgk_t}{pm_t} - \beta_{13} \ln \frac{prgk_t}{pm_t} + \underline{\xi}_{1,t}, \quad (3.2.12)$$

waarbij

$$E\{\underline{\xi}_{1,t}\} = 0$$

$Cov\{\underline{\xi}_{1,i}, \underline{\xi}_{1,j}\} = \delta_{ij} V\{\underline{\xi}_1\}$ met $\delta_{ij} = 1$ voor $i = j$ en 0 elders,
$i,j = 1,2,\ldots$ .

en

$$\beta_{10} = \frac{1}{1-\alpha_{11}-\alpha_{22}} \ln \alpha_{00} + \frac{\alpha_{11}}{1-\alpha_{11}-\alpha_{22}} \ln \alpha_{11} + \frac{\alpha_{22}}{1-\alpha_{11}-\alpha_{22}} \ln \alpha_{22}$$

$$\beta_{11} = \frac{\alpha_{33}}{1-\alpha_{11}-\alpha_{22}}$$

$$\beta_{12} = \frac{\alpha_{11}}{1-\alpha_{11}-\alpha_{22}}$$

$$\beta_{13} = \frac{\alpha_{22}}{1-\alpha_{11}-\alpha_{22}}$$

Wordt (3.2.12) gecorrigeerd voor eerste orde auto-correlatie op de storingstermen, dan resulteert als model voor de schatting van de regressiecoëfficiënten

$$\ln \underline{mgk}_t - \rho \ln \underline{mgk}_{t-1} = \beta_{10}(1-\rho) + \beta_{11}\{t - \rho(t-1)\} +$$

$$- \beta_{12}\{\ln \frac{pkgk_t}{pm_t} - \rho \ln \frac{pkgk_{t-1}}{pm_{t-1}}\} - \beta_{13}\{\ln \frac{prgk_t}{pm_t} - \rho \ln \frac{prgk_{t-1}}{pm_{t-1}}\}$$

$$+ \underline{\xi}_{11,t}, \qquad (3.2.12.a)$$

waarbij

$\rho$ de eerste orde auto-correlatiecoëfficiënt

$\underline{\xi}_{11,t} = \underline{\xi}_{1,t} - \rho\, \underline{\xi}_{1,t-1}$ en

$E\{\underline{\xi}_{11,t}\} = 0$

$Cov\{\underline{\xi}_{11,i},\ \underline{\xi}_{11,j}\} = \delta_{ij}V\{\underline{\xi}_{11}\}$ met $\delta_{ij} = 1$ voor $i = j$ en 0 elders, $i,j = 1,2,...$

Een eerste indruk van de betekenis van de verklarende variabelen voor de regressand geeft de onderstaande matrix van correlatie-coëfficiënten.

Tabel 3.2.1. De correlaties tussen de variabelen

| | $\ln mgk_t$ | $t$ | $\ln \frac{pkgk_t}{pm_t}$ | $\ln \frac{prgk_t}{pm_t}$ |
|---|---|---|---|---|
| $\ln mgk_t$ | 1 | 0,9693 | -0,9176 | 0,0407 |
| $t$ | 0,9693 | 1 | -0,8822 | 0,1406 |
| $\ln \frac{pkgk_t}{pm_t}$ | -0,9176 | -0,8822 | 1 | -0,0544 |
| $\ln \frac{prgk_t}{pm_t}$ | 0,0407 | 0,1406 | -0,0544 | 1 |

Uit tabel 3.2.1 komt een hoge mate van samenhang naar voren tussen de te verklaren variabele en de regressoren t en ln $\frac{pkgk_t}{pm_t}$ alsmede tussen deze verklarende variabelen onderling. In tegenstelling daarmee is er nauwelijks correlatie met de reële ruwvoerprijs. Wellicht is dit daaruit te verklaren, dat het verband tussen de ontvangsten uit melk en de uitgaven voor (de voortbrenging van) ruwvoer door de veehouder als minder direct ervaren wordt dan voor krachtvoer het geval is. Zoals in de vorige paragraaf is opgemerkt, wordt krachtvoer nl. grotendeels aangekocht, terwijl ruwvoer in overwegende mate door het bedrijf zelf wordt voortgebracht. Doordat de variabelen t en ln $\frac{pkgk_t}{pm_t}$ nauw gecorreleerd zijn, kan het schatten van modellen waarin deze grootheden beide als regressoren zijn opgenomen, stuiten op het probleem van (storende) multicollineariteit. In die situatie is het niet langer mogelijk het afzonderlijke effect van elk van deze regressoren op de regressand te bepalen [11]. De vraag, of in een bepaalde situatie storende multicollineariteit aanwezig is, kan beantwoord worden met vuistregels die gebaseerd zijn op de eigenwaarden van de uit de regressie-analyse bekende matrix "(X'X)", verg. bijv. [12].

In de onderstaande tabel zijn de resultaten opgenomen voor model (3.2.12) en de, voorzichtigheidshalve, voor autocorrelatie gecorrigeerde versie daarvan, (3.2.12.a).

Tabel 3.2.2 De schattingsresultaten voor (3.2.12) en (3.2.12.a)

| Model | n | $\bar{R}^2$ | DW | $\hat{\rho}$ | $\hat{\beta}_{10}$ | $\hat{\beta}_{11}$ | $\hat{\beta}_{12}$ | $\hat{\beta}_{13}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| (3.2.12) | 16 | 0,9539 | 0,880 | 0,457 | 3,7696 | 0,0110 | -0,1582 | -0,0387 |
| | | | | | (173,996) | (6,280) | (-2,159) | (-1,399) |
| (3.2.12.a) | 15 | 0,8758 | 1,512 | 0,213 | 3,7657 | 0,0110 | -0,1473 | -0,0445 |
| | | | | | (128,993) | (4,998) | (-2,241) | (-1,459) |

In deze tabel geeft n het aantal waarnemingen en $\bar{R}^2$ de voor het aantal vrijheidsgraden gecorrigeerde multipele correlatiecoëfficiënt, $\bar{R}^2 = 1 - (1-R^2)\,\frac{n-1}{n-k}$ met $R^2$ de multipele correlatiecoëfficiënt en k het aantal geschatte parameters. DW staat voor de Durbin-Watson toetsingsgrootheid en $\hat{\rho}$ voor de geschatte eerste orde autocorrelatie. De getallen

tussen haakjes geven de gerealiseerde waarde van de toetsingsgrootheid $\underline{t}$ die de Student-verdeling volgt onder de klassieke veronderstellingen.
Op grond van de t-waarden kan er over de betekenis van de constante en de tijd voor de melkgift geen twijfel bestaan: beide zijn uiterst significant. Voor de prijzen ligt de zaak echter minder uitgesproken. Bij eenzijdige toetsing met een significantieniveau van 5% - de schattingen bezitten immers het goede teken - is de reële ruwvoerprijs noch in (3.2.12) noch in (3.2.12.a) significant, evenmin als de krachtvoerprijs in (3.2.12). In verband daarmee is nagegaan, of deze prijzen überhaupt van belang zijn voor de melkgift. We toetsen daartoe de nulhypothese, dat zowel $\beta_{12}$ als $\beta_{13}$ gelijk is aan 0. Als toetsingsgrootheid gebruiken we daarvoor de F-toets

$$F = \frac{\{\sum_{t=1}^{n} \hat{\xi}^2_{11,t}\}_{k-m} - \{\sum_{t=1}^{n} \hat{\xi}^2_{11,t}\}_k}{\{\sum_{t=1}^{n} \hat{\xi}^2_{11,t}\}_k} \cdot \frac{n-k}{m} \sim F(m,\ n-k),$$

waarbij $\{\sum_{t=1}^{n} \hat{\xi}^2_{11,t}\}_k$ staat voor de kwadratensom van de residuen bij regressie met k, in dit geval 4, regressoren en $\{\sum_{t=1}^{n} \hat{\xi}^2_{11,t}\}_{k-m}$ voor de residuele kwadratensom bij regressie met de k-m regressoren waarvan de coëfficiënten geen deel uitmaken van de nulhypothese. Met een F-waarde van 4,92 moet de nulhypothese verworpen worden voor het alternatief dat tenminste één van de coëfficiënten $\beta_{12}$ en $\beta_{13}$ ongelijk is aan nul. Door vervolgens deze toets uit te voeren voor de twee modellen, waarin naast de constante en de tijd de krachtvoerprijs resp. de ruwvoerprijs wordt meegenomen, kan vastgesteld worden, dat niet beide prijzen van significante betekenis voor de ontwikkeling van de melkgift zijn, doch alleen de krachtvoerprijs.
Op basis daarvan brengen we het model terug tot de volgende specificatie

$$\ln \underline{mgk}_t = \beta_{20} + \beta_{21} t - \beta_{22} \ln \frac{pkgk_t}{pm_t} + \underline{\xi}_{2,t} \qquad (3.2.13)$$

Tabel 3.2.3 geeft het resultaat voor dit model alsmede voor de voor autocorrelatie gecorrigeerde versie hiervan, (3.2.13.a).

Tabel 3.2.3 De schattingsresultaten voor (3.2.13) en (3.2.13.a)

| Model | n | $\bar{R}^2$ | DW | $\hat{\rho}$ | $\hat{\beta}_{20}$ | $\hat{\beta}_{21}$ | $\hat{\beta}_{22}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| (3.2.13) | 16 | 0,9506 | 0,923 | 0,449 | 3,7931 | 0,0105 | -0,1735 |
| | | | | | (267,803) | (5,910) | (-2,312) |
| (3.2.13.a) | 15 | 0,8671 | 1,478 | 0,225 | 3,7977 | 0,0100 | -0,1780 |
| | | | | | (192,066) | (4,620) | (-2,728) |

In vergelijking met de resultaten van model (3.2.12) blijven de constante, d.w.z. de melkgift per koe op t = 0 met $\frac{pkgk_0}{pm_0} = 1$, en het tempo van de aanlegontwikkeling uiterst significant, terwijl de reële krachtvoerprijs een nog duidelijker significante bijdrage aan de verklaring van de melkgift per koe levert.

Omdat de variabelen t en ln $\frac{pkgk_t}{pm_t}$, hoewel sterk gecorreleerd, volgens de door ons gehanteerde vuistregels niet storend multicollineair zijn, is het ook mogelijk een indruk te geven van het relatieve belang van de aanlegontwikkeling aan de éne, en de reële krachtvoerprijs aan de andere kant. In verband daarmee voeren we een schatting uit voor een model met alleen de constante en de tijd als verklarende variabelen.

$$\ln \underline{mgk}_t = \beta_{30} + \beta_{31} t + \xi_{3,t} \tag{3.2.14}$$

Voor dit model vinden we het volgende resultaat.

Tabel 3.2.4 De schattingsresultaten voor (3.2.14)

| Model | n | $\bar{R}^2$ | DW | $\hat{\rho}$ | $\hat{\beta}_{30}$ | $\hat{\beta}_{31}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| (3.2.14) | 16 | 0,9352 | 1,238 | 0,371 | 3,7662 | 0,0141 |
| | | | | | (406,115) | (14,749) |

In vergelijking met model (3.2.13), tabel 3.2.3, daalt de $\bar{R}^2$ met ongeveer 2%, terwijl er twee i.p.v. drie regressoren gebruikt worden.

Omdat de regressoren t en ln $\frac{pkgk_t}{pm_t}$ nauw gecorreleerd zijn, mag ook een (zij het iets minder) goede aanpassing verwacht worden van een model waarin t vervangen wordt door ln $\frac{pkgk_t}{pm_t}$

$$\ln \underline{mgk}_t = \beta_{40} - \beta_{42} \ln \frac{pkgk_t}{pm_t} + \xi_{4,t} \tag{3.2.15}$$

Voeren we deze schatting uit, dan vinden we voor (3.2.15) en de voor autocorrelatie gecorrigeerde versie daarvan, (3.2.15.a) het volgende resultaat.

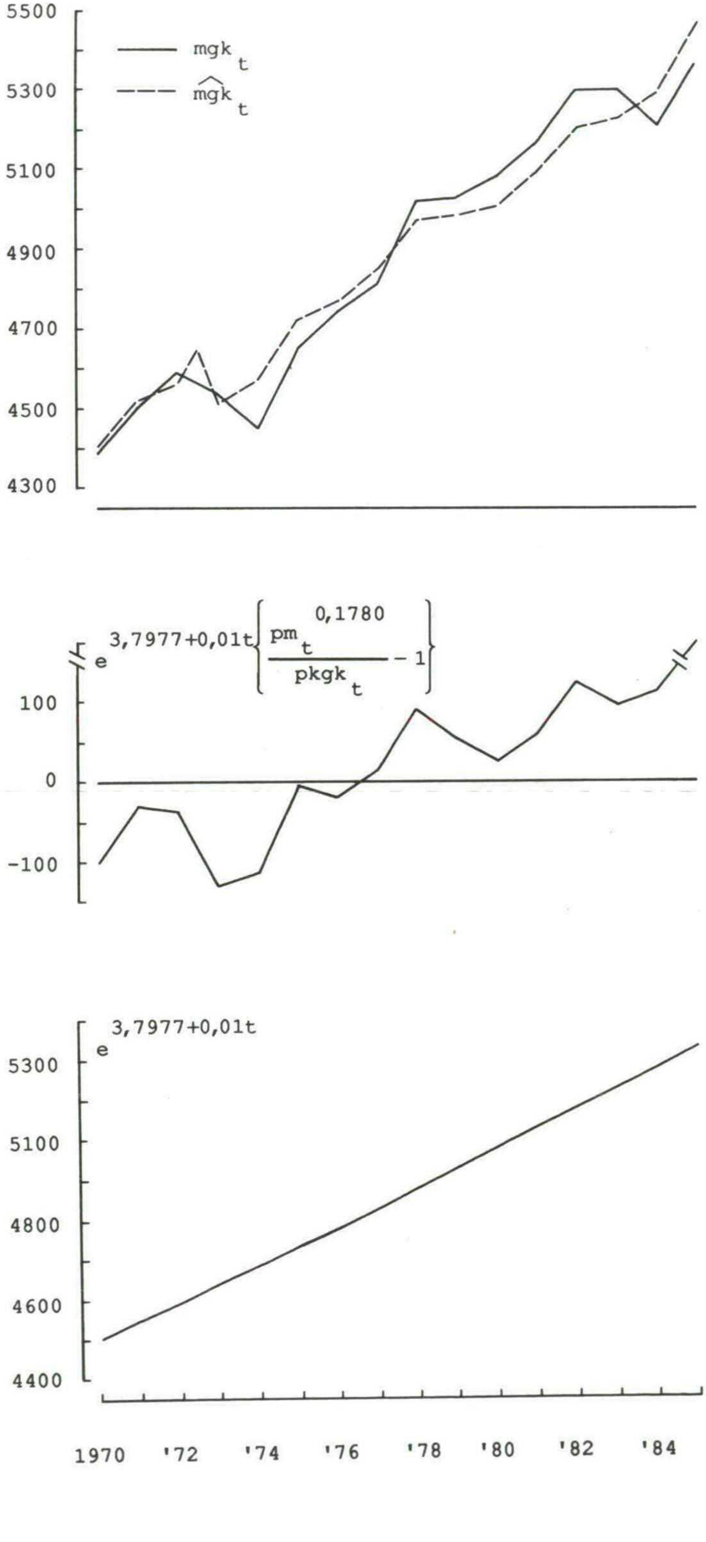
Tabel 3.2.5 De schattingsresultaten voor (3.2.15) en (3.2.15.a)

| Model | n | $\bar{R}^2$ | DW | $\hat{C}$ | $\hat{\beta}_{40}$ | $\hat{\beta}_{42}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| (3.2.15) | 16 | 0,8307 | 1,092 | 0,373 | 3,8747 | -0,5648 |
| | | | | | (530,409) | (-8,638) |
| (3.2.15.a) | 15 | 0,6915 | 0,972 | 0,385 | 3,8807 | -0,4257 |
| | | | | | (372,508) | (5,690) |

Hoewel er sprake is van een alleszins redelijke kwaliteit van de aanpassing, is deze toch minder dan voor model (3.2.14). Daarop afgaande is de betekenis van de reële krachtvoerprijs voor de melkgift ondergeschikt aan die van de aanlegontwikkeling. Dat blijkt ook uit het hieronder opgenomen stapeldiagram voor het model (3.2.13.a), hier weergegeven als

$$mgk_t = \left[\frac{pm_t}{pkgk_t}\right]^{0,1780} e^{3,7977+0,01t} \tag{3.2.16}$$

Figuur 3.2.1 Stapeldiagram voor model (3.2.13.a)



Een belangrijke bijdrage aan de toeneming van de aanlegontwikkeling is ongetwijfeld geleverd door de in de periode 1970-1985 opgetreden verschuiving tussen de melkveerassen, verg. tabel 3.1.1. Dit laat echter onverlet, dat ook de reële krachtvoerprijs significant van belang is voor de verklaring van de melkgift, verg. tabel 3.2.3. Ook wanneer het model (3.2.13) wordt uitgebreid tot een translog-model [11] of wanneer in een iteratieproces wordt gezocht naar convergentie van de geschatte autocorrelatiecoëfficiënt, blijft deze significantie gehandhaafd.

Nu de reële ruwvoerprijs geen significante betekenis voor de melkgift bezit, wordt de elasticiteit van de nationale melkproductie m.b.t. de nationale melkprijs gegeven door de coëfficiënt $\beta_{22}$ uit model (3.2.13).

$$\frac{\Delta mgk}{\Delta pm} \cdot \frac{pm}{mgk} = \beta_{22} \qquad (3.2.17)$$

De schatting hiervoor bedraagt, na correctie voor autocorrelatie,

$$\frac{\Delta mgk}{\Delta pm} \cdot \frac{pm}{mgk} = 0{,}1780, \qquad (3.2.18)$$

verg. tabel 3.2.3. Dit houdt in, dat de melkgift per koe op de korte termijn vrij ongevoelig is voor veranderingen in de door de veehouder ontvangen melkprijs. Uit een prijsverandering van 5 à 6% resulteert op de korte termijn een productiemutatie van 1%. Een dergelijke geringe gevoeligheid is ook in eerdere onderzoekingen geconstateerd [13]. Een iets hogere waarde voor de elasticiteit resulteert, wanneer voorbij gegaan zou worden aan de insignificantie van de reële ruwvoerprijs. In dat geval kan wel weer het verband met de productiefunctie (3.2.1) aangegeven worden.

# Appendix 3.1

De voor de schatting van (3.2.12) gebruikte data

Zoals in paragraaf 1 is opgemerkt, nemen we de voerinputs niet elk afzonderlijk mee in de beschouwing, maar volstaan we met het onderscheid ruw- en krachtvoer. Ruwvoer omvat inputs als voeraardappelen, natte bostel, voederbieten, stoppelgewassen, snijmaïskuil, hooi, graskuil en vers gras, terwijl onder krachtvoer o.m. granen, graanafvallen, melasse en gedroogde citruspulp begrepen worden. Vers gras, hooi alsmede kuilvoer maken het grootste deel uit van het ruwvoerpakket, terwijl mengvoer de belangrijkste krachtvoerinput vormt.
Het verbruik van ruw- en krachtvoer per melkkoe is niet precies bekend, maar daar kan wel een benadering van worden gegeven. Deling van de, wel bekende, totale afzet van mengvoeder aan de rundveesector door het aantal melkkoeien geeft een benadering van de krachtvoeropname per melkkoe. Een benadering van de ruwvoergift wordt gevormd door de inverse van het aantal koeien per ha. grasland en voedergewassen te nemen. Het op deze oppervlakte gewonnen ruwvoer dekt nl. een belangrijk deel van het ruwvoerverbruik per koe. Tabel 1 geeft het aldus benaderde verbruik voor de periode 1970-1985.
Uit tabel 1 komt naar voren, dat de (benaderde) krachtvoergift per koe in de periode 1970-1985 aanzienlijk is opgevoerd, terwijl de (benaderde) omvang van de per melkkoe beschikbare oppervlakte voor de winning van ruwvoer flink is teruggelopen. Ook wanneer in aanmerking wordt genomen, dat de hoeveelheid en de kwaliteit van de output aan ruwvoer per ha. in die periode is toegenomen, mag aangenomen worden dat ruwvoer ten dele vervangen werd door krachtvoer.

Tabel 1 Benaderingen van het verbruik van kracht- en ruwvoer per melkkoe

| Kalender-jaar | Verbruik van krachtvoer per melkkoe (in 100 kg.)[1] | Aantal koeien per 100 ha. grasland en voedergewassen[2] |
|---|---|---|
| 1970 | 11,7125 | 142 |
| 1971 | 12,2075 | 144 |
| 1972 | 13,6200 | 150 |
| 1973 | 15,1750 | 161 |
| 1974 | 16,0625 | 169 |
| 1975 | 17,4250 | 162 |
| 1976 | 19,5563 | 164 |
| 1977 | 20,7625 | 163 |
| 1978 | 21,4250 | 167 |
| 1979 | 22,7313 | 173 |
| 1980 | 22,4063 | 176 |
| 1981 | 21,3000 | 178 |
| 1982 | 21,5750 | 184 |
| 1983 | 22,4313 | 188 |
| 1984 | 22,3375 | 189 |
| 1985 | 22,0500 | 176 |

1) Landbouwcijfers, LEI/CBS, meerdere jaren.
2) Idem. Ongewogen gemiddelde van het verbruik per regio.

Van de data in tabel 1 hebben we geen gebruik gemaakt, omdat we met de prijzen van ruw- en krachtvoer over adequatere gegevens beschikken. Als gevolg van het bestaan van substitutiemogelijkheden tussen de voersoorten binnen de verzamelcategorieën ruw- en krachtvoer vertonen de prijzen van deze soorten een sterke samenhang. Nemen we nu een belangrijke voersoort uit een verzamelcategorie als representant voor deze categorie, dan geeft de prijs van deze input een goede benadering van de prijs van deze categorie. In tabel 2 zijn de prijzen opgenomen die bij de schatting van de relatie (3.2.12) zijn gebruikt. De derde kolom geeft de ontwikkeling van het belangrijkste ingrediënt binnen het krachtvoer, rundveekoek, terwijl in kolom 4 als representant van de ruwvoeruitgaven de aankoopprijs van weidehooi is opgenomen.

Tabel 2 Data gebruikt voor de schatting van de relatie (3.2.12)

| Kalender-jaar | Gemiddelde melkproductie (in 100 kg.)[1] | Krachtvoer-prijs (fl. per 100 kg.)[2] | Ruwvoer-prijs (fl. per 100 kg.)[3] | Opbrengstprijs van melk (fl. per 100 kg.)[4] |
|---|---|---|---|---|
| 1970 | 43,90 | 40,75 | 22,90 | 35,88 |
| 1971 | 45,04 | 40,80 | 21,15 | 39,25 |
| 1972 | 45,88 | 43,40 | 18,25 | 41,52 |
| 1973 | 45,40 | 49,90 | 21,20 | 42,44 |
| 1974 | 44,50 | 51,15 | 27,85 | 44,53 |
| 1975 | 46,50 | 49,20 | 32,85 | 49,02 |
| 1976 | 47,40 | 53,45 | 41,80 | 52,28 |
| 1977 | 48,10 | 54,85 | 40,40 | 55,78 |
| 1978 | 50,20 | 51,20 | 31,70 | 56,75 |
| 1979 | 50,30 | 53,70 | 36,00 | 57,10 |
| 1980 | 50,80 | 58,45 | 39,50 | 60,13 |
| 1981 | 51,70 | 60,90 | 37,50 | 65,10 |
| 1982 | 53,00 | 61,65 | 39,00 | 70,73 |
| 1983 | 53,05 | 65,45 | 42,25 | 72,83 |
| 1984 | 52,10 | 63,90 | 43,00 | 72,15 |
| 1985 | 53,70 | 56,40 | 44,50 | 73,35 |

1) Landbouwcijfers, LEI/CBS, Den Haag, meerdere jaren.

2) Idem.

3) Idem.

4) Idem. Opgenomen is de op kalenderjaren herleide gemiddelde netto-opbrengstprijs van melk bij gemiddeld vetgehalte.

## Literatuur


1. Jaarverslagen Centrale Melkcontrole Dienst, opgenomen in: Jaarverslagen KI, CMD, MBO, Arnhem, meerdere jaren.
   K. Cowling and T.W. Gardner, Milk Supply Response, An Interbreed Analysis, The Statistician, 1964.
2. P.D.P. Wood, Factors Affecting the Shape of the Lactation Curve in Cattle, Animal Production, 1969.
   P.D.P. Wood, Algebraic Models of the Lactation Curves for Milk, Fat and Protein Production, with Estimates of Seasonal Variation, Animal Production, 1976.
3. J. Ovinge, De bedrijfseconomische kant van de tussenkalftijd, Bedrijfsontwikkeling, 1979.
4. P.D.P. Wood, The Relationship between the Month of Calving and Milk Production, Animal Production, 1970.
   J. Dommerholt, Correctie van de melkgift van koeien voor verschillen in leeftijd, seizoen en lactatiestadium, Verslagen van Landbouwkundige Onderzoekingen, 1975.
5. P.B. de Boer, Het afkalfpatroon in de Nederlandse melkveehouderij, Proefstation voor de Rundveehouderij, Lelystad, 1977.
6. Zie voor een onderzoek van de betekenis van deze factor bijv.: R.R. Wilson and R.G. Thompson, Demand, supply and price relationships for the dairy sector, post world war II period, Journal of Farm Economics, 1967.
7. Zie voor onderzoek dienaangaande bijv.:
   E.O. Heady, J.A. Schnittker, N.L. Jacobson, and S. Bloom, Milk Production Function, Hay/Grain Substitution Rates and Economic Optima in Dairy Cow Rations, Iowa Agricultural Experimentation Station Research Bulletin, 1956.
   E.O. Heady, N.L. Jacobson, J.P. Madden and A.E. Freeman, Milk Production Functions in Relation to Feed Inputs, Cow Characteristics and Environmental Conditions, Iowa Agricultural Experimentation Station Research Bulletin, 1964.
   L.M. Hoover, P.L. Kelley, G.M. Ward, A.M. Feyerherm and R. Chadda, Economic Relationships of Hay and Concentrate Consumption to Milk Production, Journal of Farm Economics, 1967.

V. Ostergaard, Strategies for concentrate feeding to attain optimum feeding level in high yielding dairy cows, National Institute of Animal Science, Kopenhagen, 1979.

8. W. Lenkeit, K. Breirem, E. Crasemann (eds.), Handbuch der Tierernährung, Teil 1 und 2, Parey Verlag, Hamburg, 1969/1971.
   E.O. Heady, S. Bhide, Livestock response functions, Iowa State University Press, Ames, 1983.
9. F. de Boer a.o., Cooperative Research on input/output relations in cow milk production, OECD, Paris, 1969.
10. J. van Daal and A.H.Q.M. Merkies, Aggregation in Economic Research, Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1984.
11. M.D. Intriligator, Econometric Models, Techniques and Applications, North Holland Publishing Company, 1978.
12. D. Belsley, E. Kuh, R.E. Welsch, Regression Diagnostics: Identifying Influential Data and Sources of Collinearity, J. Wiley and Sons, New York, 1980.
13. Verg. bijv.:
    H.W. Halvorson, The Response of Milk Production to Price, Journal of Farm Economics, 1958.
    D. Chen, R. Courtney and A. Schmitz, A Polynomial Lag Formulation of Milk Production Response, American Journal of Agricultural Economics, 1972.
    P.C. van den Noort, Relationship between milk production and price variation in the Netherlands and Belgium, in: P.C. van den Noort et al., Relationships between milk production and price in the EC, Agricultural Studies, Study P 214, Commission of the European Communities, 1981.
    A.J. Oskam and E. Osinga, Analysis of demand and supply in the dairy sector of the Netherlands, European Review of agricultural Economics, 1982.

# 4. Een eenvoudig model voor de bepaling van de optimale omvang van de investeringen in melkvee

## § 0. Inleiding

In het vorige hoofdstuk zijn de determinanten van de omvang van de melkproductie op korte termijn in beschouwing genomen en is een schatting gegeven van het effect van een melkprijsverandering op de hoogte van de melkgift per koe. Is op de korte termijn de melkgift per koe het belangrijkste middel tot beïnvloeding van de nationale melkproductie, op langere termijn d.w.z. op termijn van een jaar, biedt daartoe ook de omvang en de samenstelling van de melkveestapel mogelijkheden. In het volgende drietal hoofdstukken zullen nu deze lange termijn aspecten in beschouwing worden genomen en zal hiervan een modellering worden gegeven. Omdat we de ontwikkeling van de melkgift per koe hier als autonoom beschouwen, concentreren we ons daarbij op de modellering van de factoren die de omvang van de melkveestapel bepalen.

De omvang van de melkveestapel kan veranderd worden door de instroom van vaarzen op te voeren tot boven resp. terug te brengen tot beneden het niveau dat overeenkomt met de vervangingsbehoefte, via het niveau van de economische uitstoot en tenslotte door middel van een combinatie van deze mogelijkheden. Omdat de inkomsten en uitgaven die een stuk melkvee genereert, over de levensduur van het dier gespreid zijn, vormt de vaststelling van het (optimale) niveau van deze in- en uitstroom een (des)investeringsvraagstuk en komt de bepaling van de uit deze veranderingen resulterende (optimale) omvang van de melkveestapel overeen met de vaststelling van de (optimale) omvang van een kapitaalgoederenvoorraad.

Teneinde nu zicht te krijgen op de overwegingen op basis waarvan het niveau van deze (des)investeringen, en daarmee de omvang van de melkveestapel, tot stand komt, nemen we een voor de melkveehouderijsector representatief bedrijf in beschouwing. In de Nederlandse verhoudingen is zo'n bedrijf een gezinsbedrijf dat primair gericht is op de voortbrenging van melk. Voor een dergelijk bedrijf formuleren we een alpha-numeriek, een in letters en cijfers, gespecificeerd meerperiodenmodel, met behulp waarvan o.a. beslissingsregels t.a.v. het niveau van de (des)investeringen kunnen worden afgeleid. Zo'n beslissingsregel identificeert de voor de beslissing relevante variabelen alsmede de specifieke betekenis van elk van deze grootheden. Op basis van deze regels kan vervolgens nagegaan worden welke betekenis een verandering van de melkprijs heeft voor de omvang van de melkveestapel. Verstaan we de afgeleide beslissingsregel als de structurele gedaante van een regressievergelijking, dan kunnen we dit effect ook schatten. Het feit dat deze regressievergelijking werd afgeleid op het niveau van de onderneming, d.w.z. op micro-niveau, terwijl de schatting moet plaatsvinden met gegevens op macro-niveau, op het niveau van de melksector als geheel, vormt daarvoor geen beletsel. Nemen we nl. aan dat alle bedrijven binnen de melkveehouderijsector voor hun (des)investeringsbeslissingen hetzelfde type model hanteren als het hier beschouwde representatieve bedrijf, dan voldoen deze modellen, en daarmee de afgeleide beslissingsregels, aan de voorwaarden voor consistente aggregatie. Dientengevolge zijn de beslissingsregels ook voor de sector als geheel van gelding en kan de bepaling van de betekenis van de (nationale) melkprijs voor de omvang van de (nationale) melkveestapel plaatsvinden op basis van macro-data.

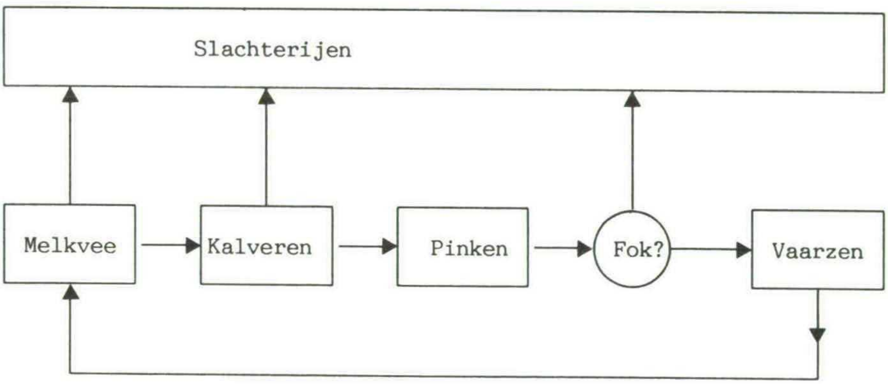
Omdat transacties in rundvee tussen de bedrijven onderling wel van belang zijn voor het investeringsniveau van de afzonderlijke bedrijven, doch niet voor dat van de sector als geheel - de grootheid waar het ons om begonnen is -, blijven dergelijke transacties bij de modellering van het representatieve bedrijf buiten beschouwing. Het in beschouwing genomen bedrijf heeft zodoende niet de mogelijkheid om bijv. vaarzen aan te kopen van of te verkopen aan andere bedrijven binnen de sector.

Bij de modellering van de lange termijn aspecten zullen we te werk gaan volgens de methode van de afnemende abstractie. In dit hoofdstuk wordt een ten uiterste vereenvoudigd model geformuleerd, het basismodel, waar de melkveehouder slechts t.a.v. één enkele variabele, nl. het aantal voor reproductie bestemde pinken, een beslissing hoeft te nemen. Deze vereenvoudiging wordt bereikt op basis van de veronderstellingen, dat in iedere periode steeds eenzelfde aantal vaarskalveren uit de in die periode geboren kalveren wordt achtergehouden op het bedrijf voor verdere opfok, dat verder de instroom van deze kalveren in de categorie pinken in iedere periode gelijk is en dat tenslotte de productieve levensduur van melkvee constant is. In hoofdstuk 5 laten we deze drie vereenvoudigende veronderstellingen vallen en breiden we het basismodel met zijn éne beslissingsvariabele uit met deze drie grootheden als beslissingsvariabelen. Bovendien wordt dan de omgeving waarbinnen deze beslissingen spelen in de beschouwing betrokken. Beslissingen t.a.v. de omvang en samenstelling van de rundveestapel staan nl. niet los van, maar zijn ingebed in de mogelijkheden waarover het bedrijf qua arbeid, dood kapitaal en vermogen beschikt. Hoewel de omvang van de rundveestapel steeds binnen de beschikbare capaciteit van deze factoren dient te passen, kunnen deze capaciteiten op de hier relevante lange termijn niet als gegeven en onveranderbaar worden beschouwd. Net als de omvang en samenstelling van de veestapel zijn het grootheden, die op basis van economische overwegingen voor verandering vatbaar zijn. In hoofdstuk 6 tenslotte wordt de criterumfunctie, waaraan tot dan toe alleen de eis van concaviteit is opgelegd, conform deze veronderstelling alpha-numeriek gespecificeerd. Op basis van het aldus gespecificeerde model worden vervolgens beslissingsregels voor o.a. het niveau van de (des)investeringen - en daarmee van de melkveestapel - afgeleid. Met behulp van deze regels kan nu het effect van een verandering van de melkprijs op de omvang van de melkveestapel, het lange termijn effect, worden aangegeven.

## § 1. Het basismodel

Het basismodel betreft een bedrijf, dat primair op de productie van melk met uit eigen opfok verkregen koeien gericht is. Voorzover instandhouding en/of uitbreiding van de melkveestapel wenselijk wordt geacht, wordt daartoe in iedere periode een aantal van de vaarskalveren die in die periode geboren zijn uit de op het bedrijf aanwezige koeien en vaarzen geselecteerd voor reproductie. Dit geselecteerde aantal is voor iedere periode gelijk. Alle andere kalveren worden afgestoten voor de slacht. In iedere periode is het aantal door het bedrijf afgestoten kalveren zodoende gelijk aan het verschil tussen het in die periode op het bedrijf geboren aantal kalveren en het in die periode voor verdere opfok op het bedrijf achtergehouden aantal. Zodra de voorlopig geselecteerde kalveren de leeftijd hebben bereikt dat ze aan de reproductie kunnen deelnemen, ze heten dan pink, worden ze, voorzover ze nog voldoen aan de selectiecriteria voor reproductie, bevrucht. Na het voltooien van hun draagtijd worden deze dieren dan opgenomen in de op het bedrijf aanwezige melkveestapel. Die pinken die niet geschikt worden geacht voor de fokkerij, worden verkocht voor de slacht. Wanneer in de doorstroming van kalf naar pink geen uitval en/of vertraging optreedt, stroomt in iedere periode een even groot aantal dieren vanuit de categorie kalveren de categorie pinken binnen. Het in een periode voor de slacht verkochte aantal pinken is zodoende gelijk aan het verschil tussen de in iedere periode gelijke instroom vanuit de categorie kalveren en het drachtig geworden aantal pinken. Verkocht voor de slacht worden ook die koeien die hun productieve levensduur hebben voltooid. Herhaald zij tenslotte dat door het bedrijf geen kalveren, pinken, vaarzen of melkvee aangekocht worden. Schematisch kan deze gang van zaken als volgt worden weergegeven. De cirkel in deze figuur staat voor het moment waarop de beslissing m.b.t. de toekomstige omvang van de melkveestapel valt.

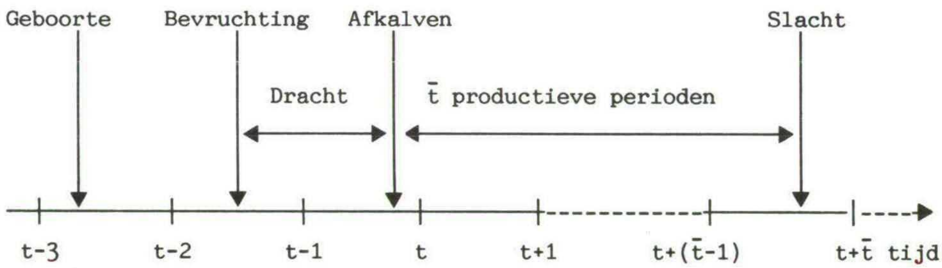
Figuur 4.1.1 Het basismodel




In het hierna volgende kiezen we als periodelengte het jaar. Nemen we gemakshalve aan, dat de lactatie- en droogstandperiode samen een jaar beslaan, dan brengt een melkkoe één kalf per periode ter wereld. Voor de categorie pinken gaan we ervan uit, dat tussen het moment waarop een pink voor de eerste maal bevrucht wordt en het moment van afkalven als vaars een periode van een jaar ligt. Weliswaar bedraagt de draagtijd vanaf het moment dat drachtigheid optreedt ongeveer negen maanden, maar vaak blijkt bij pinken na de eerste bevruchting geen drachtigheid op te treden en zijn twee of meer bevruchtingen nodig, voordat drachtigheid optreedt. Een pink die in deze periode voor de eerste maal bevrucht wordt, kalft zodoende pas in de volgende periode.

De productieve levensduur van melkvee nemen we voorlopig voor alle dieren gelijk en constant in de loop van de tijd; ieder dier voltooit een even groot aantal lactatieperioden, zeg $\bar{t}$. Dat brengt mee, dat in iedere periode die jaargang vaarzen voor de slacht van de hand wordt gedaan, die $\bar{t}$ perioden daarvóór voor de eerste keer gekalfd heeft. De periode t loopt daarbij van tijdstip t-1 tot tijdstip t. In een schema kan de gang van zaken als volgt worden weergegeven.

Figuur 4.1.2 De levenscyclus van een rund in het basismodel




De melkveehouder ziet zich nu iedere periode opnieuw voor dezelfde vraag gesteld: hoeveel stuks van de pinken die in die periode geslachtsrijp worden, zal hij laten bevruchten. Zodra dit aantal is vastgesteld, ligt ook het aantal te verkopen stuks pinken vast, aangezien iedere periode eenzelfde aantal vaarskalveren in de categorie pinken binnenstroomt. In het algemeen gesproken kan de beslissing van de veehouder in het heden niet los gezien worden van het resultaat van zijn beslissingen in het verleden, noch staan de toekomstige beslissingen los van wat hij nu beslist: zijn huidige beslissingsruimte is bepaald door zijn beslissingen in het verleden en bepaalt zijn toekomstige beslissingsruimte. We veronderstellen nu, dat de melkveehouder vanaf tijdstip 0 voor T, T > $\bar{t}$, opeenvolgende perioden een dergelijke beslissing moet nemen en op het einde van periode T de op dat moment aanwezige veestapel te gelde maakt, bijv. door overdracht aan een bedrijfsopvolger. Bij het nemen van de beslissing t.a.v. het aantal voor fokkerijdoeleinden aan te houden pinken laat hij zich, zoals in hoofdstuk 2 gesteld, leiden door de relatieve rentabiliteit van de bestemming die aan pinken gegeven kan worden: hij streeft naar maximalisatie van de contante waarde van de cash flows die door zijn beslissing worden gegenereerd. Voorlopig nemen we aan dat de melkveehouder bij zijn beslissing geen rekening hoeft te houden met zijn productie-omstandigheden. Deze perken zijn beslissingsruimte niet in. Voor het tijdstip 0, het starttijdstip, is de omvang en samenstelling naar jaargangen van de veestapel gegeven.

T.b.v. de modellering van het bovenstaande beslissingsprobleem voeren we nu onderstaande grootheden in.

$\bar{k}$ (>0): het aantal vaarskalveren dat in periode t op het bedrijf voor verdere opfok wordt achtergehouden uit de in die periode geboren vaarskalveren. Hun aantal is voor elke periode gelijk.

$\bar{p}$ : het aantal pinken dat per periode beschikbaar komt voor bevruchting of verkoop. Deze pinken zijn één periode terug als kalf voor verdere opfok op het bedrijf achtergehouden. Hun aantal is voor elke periode gelijk.

$d_t$ : het aantal pinken dat in periode t drachtig wordt.

$v_t$ : het aantal drachtige pinken dat op tijdstip t op het bedrijf aanwezig is.

Onder de gemaakte veronderstellingen is dit aantal gelijk aan het aantal pinken dat in de periode t na één of meer bevruchtingen drachtig is geworden

$$v_t = d_t \ , \quad t = 1,...,T \tag{4.1.1}$$

$c_t$ : het op het bedrijf aanwezige aantal melkkoeien op tijdstip t.

$vc_t$ : het aantal koeien dat gedurende de periode t wegens het beëindigen van de productieve levensduur verkocht wordt voor de slacht.

Het aantal op het bedrijf aanwezige koeien op tijdstip t wordt nu gegeven door het uitgangsbestand aan het begin van periode t vermeerderd met de instromende vaarzen en verminderd met de uitstroom van niet langer voldoend productief geachte dieren.

$$c_t = c_{t-1} + v_{t-1} - vc_t \ , \quad t = 1,...,T \tag{4.1.2}$$

Omdat onder de gehanteerde veronderstellingen

$$vc_t = d_{t-(\bar{t}+1)} \quad , \quad t = 1,\ldots,T \tag{4.1.3}$$

kan (4.1.2) geschreven worden als

$$c_t = \sum_{j=1}^{\bar{t}} d_{t-j} \qquad t = 1,\ldots,T \tag{4.1.4}$$

Op het starttijdstip, het tijdstip 0, zijn de grootheden $d_{-1}$ t/m $d_{-\bar{t}}$, en dus $c_0$, zoals hiervóór al werd opgemerkt, bekend.

$vvk_t$ : het aantal van de in periode t op het bedrijf geboren vaarskalveren dat in dezelfde periode verkocht wordt voor de slacht.

Ervan uitgaande dat iedere aan het begin van een periode aanwezige koe één kalf voortbrengt in die periode, evenals iedere aan het begin van de periode aanwezige drachtige pink, wordt dit aantal gegeven door

$$vvk_t = \frac{1}{2}(c_{t-1} + v_{t-1}) - \bar{k} \qquad t = 1,\ldots,T \tag{4.1.5}$$

Daarbij gaan we ervan uit, dat de helft van de geboren kalveren van het vrouwelijk geslacht is. Zoals opgemerkt, worden daarnaast nog alle op het bedrijf geboren stierkalveren, $\frac{1}{2}(c_{t-1} + v_{t-1})$, verkocht. In totaal worden zodoende $(c_{t-1} + v_{t-1}) - \bar{k}$ kalveren verkocht.

$vp_t$ : het aantal pinken dat gedurende de periode t verkocht wordt.

Dit aantal is gelijk aan de instroom in de categorie pinken van kalveren die in de periode t-1 voorlopig voor verdere opfok werden geselecteerd, verminderd met het aantal van deze dieren dat in periode t drachtig werd.

$$vp_t = \bar{p} - d_t = \bar{k} - d_t \qquad t = 1,\ldots,T \tag{4.1.6}$$

Zoals opgemerkt laat de melkveehouder zich bij het nemen van beslissingen t.a.v. het voor de fokkerij te bestemmen aantal pinken in de verschillende perioden leiden door de contante waarde van de cash flows die door zijn beslissingen worden gegenereerd.

Inkomsten vloeien aan het bedrijf toe uit de afleveringen van melk, de verkoop van kalveren en pinken en de uitstoot van koeien die hun productieve levensduur hebben voltooid. Wij nemen aan dat de inkomsten uit melk in een periode t een functie zijn van het aan het begin van die periode aanwezige aantal koeien, de instroom van vaarzen in die periode alsmede de uitstroom van niet langer voldoend productief geachte dieren. De inkomsten uit melk in periode t als functie van het aantal aan de productie deelnemende dieren in die periode geven we aan met

$$I1_t(c_{t-1}, v_{t-1}, vc_t) \qquad t = 1,\dots,T \qquad (4.1.7)$$

De parameters in deze functie worden o.a. door de melkprijs, $pm_t$, bepaald. De verkoop van een kalf in periode t levert een bedrag op van $pk_t$, die van een pink $pp_t$, en die van een niet langer voldoend productieve koe $pc_t$.

Met gebruikmaking van deze symbolen bedragen de inkomsten van het bedrijf in periode t zodoende

$$\begin{aligned} & I1_t(c_{t-1}, v_{t-1}, vc_t) + pk_t(c_{t-1} + v_{t-1} - \bar{k}) + pp_t.vp_t + \\ & + pc_t.vc_t = I1_t(c_{t-1}, v_{t-1}, vc_t) + pk_t(c_{t-1} + v_{t-1} - \bar{k}) + \\ & + pp_t(\bar{p} - d_t) + pc_t.vc_t \qquad t = 1,\dots,T \qquad (4.1.8) \end{aligned}$$

met invoeging van (4.1.6).

Onmiddellijk na afloop van de laatste periode geeft de veehouder de bedrijfsvoering op. De op dat moment aanwezige veestapel doet hij van de hand tegen de dan geldende prijzen d.w.z. de prijzen van periode T+1. Zijn inkomsten op het einde van de beslissingsperiode bedragen zodoende

$$pk_{T+1}.\bar{k} + \frac{1}{2}(pp_{T+1} + pc_{T+1}).v_T + pc_{T+1}.c_T, \qquad (4.1.9)$$

ervan uitgaande dat een vaars verkocht wordt tegen de helft van de opbrengstprijs van een melkkoe en een pink samen.

Uitgaven worden gedaan voor de aankoop van niet op het bedrijf voortgebracht voer, de aankoop van kunstmest, pacht, loonwerk en dergelijke inputs meer. We veronderstellen dat de uitgaven in een periode t gerelateerd kunnen worden aan het aantal vaarzen en koeien dat aan het begin van de periode op het bedrijf aanwezig is, het aantal verkochte melkkoeien, het aantal bevruchte pinken, het aantal pinken dat in de loop van de periode voor bevruchting of verkoop beschikbaar komt en tenslotte het aantal vaarskalveren dat voor opfok achtergehouden wordt. De uitgaven kunnen zodoende worden weergegeven met de volgende functie

$$U1_t(c_{t-1}, v_{t-1}, vc_t, d_t, \bar{p}, \bar{k}) \qquad t = 1,\ldots,T \qquad (4.1.10)$$

Kalveren, die niet voor verdere opfok bestemd worden, worden, zoals hiervóór al werd opgemerkt, onmiddellijk na de geboorte verkocht en worden om die reden hier niet opgenomen.
De gedaanten die de functies $I1_t$ en $U1_t$ aan kunnen nemen, perken we in door middel van een aantal veronderstellingen. Voor de functies $I1_t$ nemen we aan, dat

$$\frac{\partial I1_t}{\partial c_{t-1}} \geqq 0, \ \frac{\partial I1_t}{\partial v_{t-1}} \geqq 0 \text{ en } \frac{\partial I1_t}{\partial vc_t} \leqq 0 \qquad (4.1.11)$$

Verder veronderstellen we, dat $I1_t$ concaaf is [1]. Onder deze veronderstellingen stijgen de inkomsten uit de aflevering van melk ten hoogste proportioneel met het aan de melkproductie deelnemende aantal dieren.
Voor de functie $U1_t$ houden we aan, dat

$$\frac{\partial U1_t}{\partial c_{t-1}} \geqq 0, \ \frac{\partial U1_t}{\partial v_{t-1}} \geqq 0, \ \frac{\partial U1_t}{\partial vc_t} \leqq 0, \ \frac{\partial U1_t}{\partial d_t} \geqq 0, \ \frac{\partial U1_t}{\partial \bar{p}} \geqq 0 \text{ en } \frac{\partial U1_t}{\partial \bar{k}} \geqq 0$$

$$(4.1.12)$$

Verder veronderstellen we, dat de functies $U1_t$ convex zijn. Laten we de variabele $vc_t$ gemakshalve buiten beschouwing, dan houdt dit in, dat met een toenemend aantal stuks rundvee in één of meer categorieën de uitgaven altijd tenminste proportioneel stijgen.

Tenslotte veronderstellen we, dat alle, ook de toekomstige, opbrengstprijzen van melk, kalveren, pinken en koeien, de prijzen van de voor de voortbrenging van deze producten benodigde middelen alsmede de gevolgde wijze van produceren vastliggen.

Na deze voorbereidingen kan het beslissingsprobleem van de melkveehouder, de bepaling van de optimale omvang van de insteek van vaarzen bij gegeven prijzen en gegeven waarden van $c_0$, $\bar{k}$ en $\bar{p}$ met inachtneming van de biologische relaties tussen de onderscheiden rundveecategorieën worden samengevat. Met $\beta$ de constante disconteringsfactor luidt de criteriumfunctie

$$\max F_1 = \sum_{t=1}^{T} \beta^t \{I1_t(c_{t-1}, v_{t-1}, vc_t) + pk_t(c_{t-1} + v_{t-1} - \bar{k}) +$$

$$+ pp_t(\bar{p} - d_t) + pc_t . vc_t - U1_t(c_{t-1}, v_{t-1}, vc_t, d_t, \bar{p}, \bar{k})\}$$

$$+ \beta^T \{pk_{T+1} . \bar{k} + \frac{1}{2}(pc_{T+1} + pp_{T+1}) . v_T + pc_{T+1} . c_T\} \tag{4.1.13}$$

Het extreem van (4.1.13) moet bepaald worden met inachtneming van de bekend veronderstelde startpositie van het bedrijf

$$d_j = \bar{d}_j (\leqq \bar{p}) \quad , \quad j = 0, \ldots, -\bar{t} \tag{4.1.14}$$

en van de wetenschap dat in de periode voorafgaand aan het starttijdstip $\bar{k}$ vaarskalveren voor opfok op het bedrijf werden achtergehouden

$$\frac{1}{2}(c_{-1} + v_{-1}) - vvk_0 = \bar{k} \tag{4.1.15}$$

Verder moet voldaan zijn aan de bewegingsvergelijkingen

$$\left.\begin{aligned} v_t &= d_t \\ c_t &= c_{t-1} + v_{t-1} - vc_t \end{aligned}\right\} \quad t = 1, \ldots, T \tag{4.1.16}$$

en, tenslotte, de voorwaarden

$$0 \leqq d_t \leqq \bar{p}$$
$$\frac{1}{2}(c_{t-1} + v_{t-1}) \geqq \bar{k} \qquad t = 1,\ldots,T \qquad (4.1.17)$$

M.b.v. (4.1.1), (4.1.3) en (4.1.4) kan dit probleem worden herschreven in de beslissingsvariabelen $d_t$. Laten we gemakshalve de startcondities buiten beschouwing, dan resulteert

$$\max F_1 = \sum_{t=1}^{T} \beta^t \Big\{ I1_t(\sum_{j=2}^{\bar{t}+1} d_{t-j},\ d_{t-1},\ d_{t-(\bar{t}+1)}) +$$
$$+ pk_t(\sum_{j=1}^{\bar{t}+1} d_{t-j} - \bar{k}) + pp_t(\bar{p}-d_t) + pc_t.d_{t-(\bar{t}+1)} +$$
$$-U1_t(\sum_{j=2}^{\bar{t}+1} d_{t-j},\ d_{t-1},\ d_{t-(\bar{t}+1)},\ d_t,\ \bar{p},\ \bar{k}) \Big\} +$$
$$+ \beta^T \Big\{ pk_{T+1}.\bar{k} + \frac{1}{2}(pc_{T+1} + pp_{T+1})d_T + pc_{T+1} \sum_{j=1}^{\bar{t}} d_{T-j} \Big\}$$
$$= \sum_{t=1}^{T} \beta^t \Big\{ I1_t(d_{t-1},d_{t-2},d_{t-3},\ldots,d_{t-(\bar{t}+1)}) +$$
$$+ pk_t\Big[\{d_{t-1} + d_{t-2} + \ldots d_{t-(\bar{t}+1)}\} - \bar{k}\Big] + pp_t(\bar{p}-d_t) +$$
$$+ pc_t.d_{t-(\bar{t}+1)} - U1_t(d_t,d_{t-1},d_{t-2},\ldots,d_{t-(\bar{t}+1)},\bar{p},\bar{k}) \Big\} +$$
$$+ \beta^T \Big\{ pk_{T+1}.\bar{k} + \frac{1}{2}(pc_{T+1} + pp_{T+1})d_T +$$
$$+ pc_{T+1}(d_{T-1} + d_{T-2} + \ldots + d_{T-\bar{t}}) \Big\} \qquad (4.1.18)$$

onder de restricties

$$0 \leqq d_t \leqq \bar{p}$$
$$\frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\bar{t}+1} d_{t-j} \geqq \bar{k} \qquad t = 1,\ldots,T \qquad (4.1.19)$$

Uit (4.1.18) blijkt, dat een positieve waarde van $d_t$ weliswaar een verlaging van de inkomsten in periode t inhoudt, maar daarentegen ook een bijdrage levert aan het saldo van inkomsten en uitgaven in de perioden t+1 tot en met $(t+1)+\bar{t}$. De beslissing t.a.v. het aantal op te zetten vaarzen in periode t houdt zodoende een afweging in tussen inkomsten in deze periode en inkomsten in toekomstige perioden. Volgens het hier gehanteerde criterium ruilt de melkveehouder als het ware inkomsten in het heden af tegen inkomsten in de toekomst.

Het bovenstaande convexe programmeringsprobleem kan worden opgelost m.b.v. de stelling van Kuhn en Tucker [2]. Daartoe formuleren we de volgende Lagrange-functie

$$L = F_1 + \sum_{t=1}^{T} \lambda_{1,t}(\bar{p}-d_t) + \sum_{t=1}^{T} \lambda_{2,t} d_t + \sum_{t=1}^{T} \lambda_{3,t}\left(\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{\bar{t}+1} d_{t-j}-\bar{k}\right) \qquad (4.1.20)$$

De volgende 4 stelsels leveren nu voldoende voorwaarden voor de bepaling van het extreem van dit programmeringsprobleem. Ofschoon deze voorwaarden steeds de waarde van de variabelen in het extreem betreffen, zullen we deze waarden omwille van de overzichtelijkheid niet op een speciale manier aangeven.

1. $$0 \leqq d_t \leqq \bar{p}$$

$$t = 1,\dots,T \qquad (4.1.21)$$

$$\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{\bar{t}+1} d_{t-j} \geqq \bar{k}$$

De oplossing moet toegelaten zijn.

2. $$\lambda_{1,t} \geqq 0$$

$$\lambda_{2,t} \geqq 0 \qquad t = 1,\dots,T \qquad (4.1.22)$$

$$\lambda_{3,t} \geqq 0$$

De Lagrange-multiplicatoren moeten niet-negatief zijn.

3. $$\frac{\partial L}{\partial d_t} = \sum_{k=1}^{\bar{t}+1} \beta^{t+k}\left\{\frac{\partial I1_{t+k}}{\partial d_t}\left(\sum_{j=2}^{\bar{t}+1} d_{t+k-j},\ d_{t+k-1},\ d_{t+k-(\bar{t}+1)}\right) + pk_{t+k}\right\} +$$

$$- \beta^{t}\left\{pp_t + \frac{\partial U1_t}{\partial d_t}\left(\sum_{j=2}^{\bar{t}+1} d_{t-j},\ d_{t-1},\ d_{t-(\bar{t}+1)},\ d_t,\ \bar{p},\ \bar{k}\right)\right\} +$$

$$- \sum_{k=1}^{\bar{t}+1} \beta^{t+k}\left\{\frac{\partial U1_{t+k}}{\partial d_t}\left(\sum_{j=2}^{\bar{t}+1} d_{t+k-j},\ d_{t+k-1},\ d_{t+k-(\bar{t}+1)},\ d_{t+k},\ \bar{p},\ \bar{k}\right)\right\} +$$

$$+ \beta^{t+(\bar{t}+1)} pc_{t+(\bar{t}+1)} - \lambda_{1,t} + \lambda_{2,t} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\bar{t}+1} \lambda_{3,t+k} = 0,$$

of, na vermenigvuldiging met $\beta^{-t}$,

$$-pp_t - \frac{\partial U1_t}{\partial d_t}\left(\sum_{j=2}^{\bar{t}+1} d_{t-j},\ d_{t-1},\ d_{t-(\bar{t}+1)},\ d_t,\ \bar{p},\ \bar{k}\right) +$$

$$+ \sum_{k=1}^{\bar{t}+1} \beta^{k}\left\{\frac{\partial I1_{t+k}}{\partial d_t}\left(\sum_{j=2}^{\bar{t}+1} d_{t+k-j},\ d_{t+k-1},\ d_{t+k-(\bar{t}+1)}\right) + pk_{t+k}\right\} +$$

$$- \sum_{k=1}^{\bar{t}+1} \beta^{k}\left\{\frac{\partial U1_{t+k}}{\partial d_t}\left(\sum_{j=2}^{\bar{t}+1} d_{t+k-j},\ d_{t+k-1},\ d_{t+k-(\bar{t}+1)},\ d_{t+k},\ \bar{p},\ \bar{k}\right)\right\} +$$

$$+ \beta^{\bar{t}+1}.pc_{t+(\bar{t}+1)} - \beta^{-t}\lambda_{1,t} + \beta^{-t}\lambda_{2,t} +$$

$$+ \frac{1}{2}\beta^{-t} \sum_{k=1}^{\bar{t}+1} \lambda_{3,t+k} = 0 \qquad t = 1,\ldots,T-(\bar{t}+1) \tag{4.1.23}$$

$$\frac{\partial L}{\partial d_t} = -pp_t - \frac{\partial U1_t}{\partial d_t}\left(\sum_{j=2}^{\bar{t}+1} d_{t-j},\ d_{t-1},\ d_{t-(\bar{t}+1)},\ d_t,\ \bar{p},\ \bar{k}\right) +$$

$$+ \sum_{k=1}^{T-t} \beta^{k}\left\{\frac{\partial I1_{t+k}}{\partial d_t}\left(\sum_{j=2}^{\bar{t}+1} d_{t+k-j},\ d_{t+k-1},\ d_{t+k-(\bar{t}+1)}\right) + pk_{t+k}\right\} +$$

$$- \sum_{k=1}^{T-t} \beta^{k}\left\{\frac{\partial U1_{t+k}}{\partial d_t}\left(\sum_{j=2}^{\bar{t}+1} d_{t+k-j},\ d_{t+k-1},\ d_{t+k-(\bar{t}+1)},\ d_{t+k},\ \bar{p},\ \bar{k}\right)\right\} +$$

$$+ \beta^{T-t}.pc_{T+1} - \beta^{-t}\lambda_{1,t} + \beta^{-t}\lambda_{2,t} + \frac{1}{2}\beta^{-t}\sum_{k=1}^{T-t}\lambda_{3,t+k} = 0$$

$$t = T-\bar{t},\ldots,T-1 \qquad (4.1.24)$$

$$\frac{\partial L}{\partial d_T} = - pp_T - \frac{\partial U1_T}{\partial d_T}\left(\sum_{j=2}^{\bar{t}+1} d_{T-j},\ d_{T-1},\ d_{T-(\bar{t}+1)},\ d_T,\ \bar{p},\ \bar{k}\right) +$$

$$+ \frac{1}{2}(pc_{T+1} + pp_{T+1}) - \beta^{-T}\lambda_{1,T} + \beta^{-T}\lambda_{2,T} = 0 \qquad (4.1.25)$$

Het stelsel (4.1.23) t/m (4.1.25) geeft eerste orde voorwaarden voor het maximum van (4.1.18).

4. $$\lambda_{1,t}(\bar{p} - d_t) = 0$$

$$\lambda_{2,t}.d_t = 0 \qquad t = 1,\ldots,T \qquad (4.1.26)$$

$$\lambda_{3,t}\left[\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{\bar{t}+1} d_{t-j} - \bar{k}\right] = 0$$

Het product van voorwaarde en Lagrange-multiplier moet gelijk zijn aan 0.

De vier hierboven gegeven stelsels voorwaarden zijn voldoende voor de bepaling van het extreem van het programmeringsprobleem (4.1.18) en (4.1.19), omdat de functie L uit (4.1.20) op basis van de gemaakte veronderstellingen concaaf is. Zodoende is de matrix met als elementen

$$\frac{\partial^2 L}{\partial d_t \partial d_k} \quad t,\ k = 1,\ldots,T \qquad (4.1.27)$$

negatief semi-definiet. In het stationaire punt $(d_1^*, d_2^*,\ldots,d_T^*)$ wordt zodoende een globaal en geen lokaal maximum bereikt.

Voor een willekeurige periode kan nu v.w.b. het bereik van de variabelen $d_t$, $\lambda_{1,t}$, $\lambda_{2,t}$ en $\lambda_{3,t}$ in het optimum een aantal situaties onderscheiden worden. In de tabel hieronder zijn de mogelijke constellaties van deze variabelen weergegeven.

Tabel 4.1.1. De mogelijke constellaties

| $d_t$ \ $\lambda_{i,t}$ | $\lambda_{1,t}$ | $\lambda_{2,t}$ | $\lambda_{3,t}$ |
|---|---|---|---|
| $d_t = 0$ | 0 | $\geqq 0$ | $\geqq 0$ |
| $0 < d_t < \bar{p}$ | 0 | 0 | $\geqq 0$ |
| $d_t = \bar{p}$ | $\geqq 0$ | 0 | $\geqq 0$ |

Dergelijke constellaties van variabelen vormen het startpunt voor de analyse van de groei van een onderneming, verg. bijv. de publicaties onder [3], maar aan dit aspect zullen we verder geen aandacht schenken, aangezien een dergelijke analyse niet van onmiddellijk belang is voor deze studie.

In de praktijk van de bedrijfsvoering door de veehouders kan geconstateerd worden, dat het aantal vaarskalveren dat in een jaar voorlopig wordt geselecteerd voor de fokkerij als gevolg van uitval door biologische oorzaken steeds kleiner is dan het aantal vaarskalveren dat in dat jaar wordt geboren. Met het oog op de mogelijkheid tot selectie plegen de veehouders verder steeds een groter aantal vaarskalveren op te zetten dan er naderhand definitief voor de fokkerij worden bestemd. Aangenomen mag tenslotte worden, dat onder alle omstandigheden tenminste de vaarskalveren van de beste moederdieren voorlopig en ook definitief worden geselecteerd voor reproductie. Op basis van deze overwegingen beperken we ons tot de eenvoudigste constellatie van de Lagrange-multiplicatoren en de beslissingsvariabele $d_t$, nl. de situatie waar het extreem van het programmeringsprobleem (4.1.18) en (4.1.19) bereikt wordt voor instromingsniveaux binnen, doch niet op de rand van het toegelaten gebied. Op basis van deze overwegingen geldt, dat

$$\lambda_{1,t} = \lambda_{2,t} = \lambda_{3,t} = 0 \qquad t = 1,\dots,T \qquad (4.1.28)$$

en kunnen (4.1.23), (4.1.24) en (4.1.25) aanmerkelijk vereenvoudigd worden. Brengen we nu de toekomstige netto-inkomsten in (4.1.23) over naar het rechterlid, dan resulteert

$$pp_t + \frac{\partial U1_t}{\partial d_t}\left(\sum_{j=2}^{\bar{t}+1} d_{t-j},\ d_{t-1},\ d_{t-(\bar{t}+1)},\ d_t,\ \bar{p},\ \bar{k}\right) =$$

$$\sum_{k=1}^{\bar{t}+1} \beta^k \left\{\frac{\partial I1_{t+k}}{\partial d_t}\left(\sum_{j=2}^{\bar{t}+1} d_{t+k-j},\ d_{t+k-1},\ d_{t+k-(\bar{t}+1)}\right) + pk_{t+k}\right\} +$$

$$- \sum_{k=1}^{\bar{t}+1} \beta^k \left\{\frac{\partial U1_{t+k}}{\partial d_t}\left(\sum_{j=2}^{\bar{t}+1} d_{t+k-j},\ d_{t+k-1},\ d_{t+k-(\bar{t}+1)},\ d_{t+k},\ \bar{p},\ \bar{k}\right)\right\} +$$

$$+ \beta^{\bar{t}+1}.pc_{t+(\bar{t}+1)}, \qquad t = 1,\ldots,T-(\bar{t}+1) \qquad (4.1.29)$$

verg. [4], en voor (4.1.24) en (4.1.25) eenzelfde uitdrukking.
De uitdrukking (4.1.29) kan duidelijk geïnterpreteerd worden. In het optimum dient de verkoopprijs van een pink, $pp_t$, vermeerderd met de marginale uitgaven voor opfok van een bevruchte pink, $\frac{\partial U1_t}{\partial d_t}$, gelijk te zijn aan het gedisconteerde saldo van de marginale netto-inkomsten van een vaars resp. melkkoe in de periode t + 1 tot en met t + 1 + $\bar{t}$,
$\sum_{k=1}^{\bar{t}+1} \beta^k \left\{\frac{\partial I1_{t+k}}{\partial d_t} + pk_{t+k} - \frac{\partial U1_{t+k}}{\partial d_t}\right\}$, vermeerderd met de gedisconteerde restwaarde van een melkkoe, de opbrengst bij verkoop voor de slacht, $\beta^{\bar{t}+1}.pc_{t+(\bar{t}+1)}$.
Daarmee belichaamt (4.1.29) het bekende economische principe, dat de inzet van een productiefactor zolang moet worden opgevoerd tot de gelijkheid van marginale kosten aan marginale opbrengsten wordt bereikt. In de onderhavige situatie betekent dit, dat de melkveehouder de omvang van de instroom van vaarzen zodanig moet vaststellen dat de gedisconteerde netto-opbrengsten van de laatst instromende vaars gelijk zijn aan de investeringskosten van deze vaars. In het (stationaire) punt $d_t = d_t^*$ waarvoor (4.1.29) geldt, zijn nl. de marginale netto-opbrengsten van de productiefactor $d_t$ precies gelijk aan zijn marginale kosten.

In principe levert een stelsel als (4.1.29) de beslissingsregel voor de vaststelling van het optimale niveau van de bruto-investeringen in melkvee in de verschillende perioden. De realisatie van het volgens deze regel bepaalde niveau van de instroom van vaarzen vormt geen doel op zichzelf, maar is het middel om te komen tot een optimale omvang van de melkveestapel en wiskundig gesproken tot het maximum van het programmeringsvraagstuk (4.1.18) en (4.1.19). Wanneer de veehouder de instroom van vaarzen steeds conform (4.1.29) vaststelt, zodat $d_t = d_t^*$, realiseert hij voor iedere periode binnen het beslissingstijdvak een optimale omvang van de melkveestapel, aangezien volgens (4.1.2) en (4.1.3)

$$d_t^* = c_{t+1}^* - c_t^* + d_{t+1-(\bar{t}+1)}^* \quad , \quad t = 1,\dots,T \qquad (4.1.30)$$

waarbij de (optimale) $c_t^*$ tot stand is gekomen op basis van beslissingen in perioden voorafgaand aan periode t. Via $d_t^*$ wordt de omvang van de melkveestapel voor tijdstip t+1, met inachtneming van de uitstoot, op het voor dat tijdstip optimale niveau, $c_{t+1}^*$, gebracht.

Uiteraard kan het beslissingsprobleem van de melkveehouder ook vanuit dit gezichtspunt benaderd worden d.w.z. als het vraagstuk van de bepaling van de optimale omvang van de melkveestapel op de verschillende beslissingstijdstippen. Ofschoon deze benadering geen onverwachte of nieuwe perspectieven kan bieden in vergelijking met de aanpak hierboven, zullen we de modellering behorend bij dit uitgangspunt volledigheidshalve kort aan de orde stellen en ook voor dit model de beslissingsregel afleiden. I.v.m. de bepaling van de optimale omvang van de melkveestapel op de verschillende tijdstippen binnen het beslissingstijdvak geven we een herformulering van het programmeringsprobleem (4.1.13) t/m (4.1.17) in termen van de variabele melkkoeien. Voor de herleiding van de variabelen vaarzen en verkoop melkvee op melkkoeien maken we gebruik van de omstandigheid dat de bewegingsvergelijking voor het aantal stuks melkvee (4.1.2) kan worden herschreven tot

$$\begin{aligned} v_t &= c_{t+1} - c_t + v_{t-\bar{t}} \\ &= c_{t+1} - c_t + c_{t-\bar{t}+1} - c_{t-\bar{t}} + v_{t-2\bar{t}} \\ &= c_{t+1} - c_t + c_{t-\bar{t}+1} - c_{t-\bar{t}} + c_{t-2\bar{t}+1} - c_{t-2\bar{t}} + v_{t-3\bar{t}} \\ &= \dots + c_{t-3\bar{t}+1} - c_{t-3\bar{t}} + \dots, \qquad t = 1,\dots,T \qquad (4.1.31) \end{aligned}$$

zodat met een opdeling van het beslissingstijdvak 0-T in stukken van steeds $\bar{t}$ perioden

$$\frac{\partial v_{t+k.\bar{t}}}{\partial c_{t+1}} = 1, \ \frac{\partial v_{t+k.\bar{t}}}{\partial c_t} = -1, \qquad t = 1,\ldots,T, \tag{4.1.32}$$

waarbij $k = 0,\ldots, \left[\frac{T-t}{\bar{t}}\right]$, met $[\quad]$ de entier-functie.

De partiële afgeleide naar $c_1$ wordt daarbij steeds 0 genomen, aangezien $c_1$ bij een gegeven startpositie vastligt. Gemakshalve zullen we ervan uitgaan, dat het beslissingstijdvak 0-T zoveel cycli van $\bar{t}$ perioden omvat, dat

$$\frac{\partial v_T}{\partial c_{2+k\bar{t}}} = 1, \text{ zodat } \frac{\partial v_T}{\partial c_{1+kt}} = -1, \tag{4.1.33}$$

en dat

$$\frac{\partial v_T}{\partial c_{j+k\bar{t}}} = 0 \quad , \ j = 3,\ldots,\bar{t} \tag{4.1.34}$$

Substitutie van de bewegingsvergelijking (4.1.31) in het programmeringsprobleem (4.1.13) tot (4.1.17) levert nu het volgende maximaliseringsvraagstuk.

$$\begin{aligned} \max G_1 = \sum_{t=1}^{T} \beta^t \{ & I1_t(c_{t-1}, c_t - c_{t-1} + v_{t-1-\bar{t}}, v_{t-(\bar{t}+1)}) + \\ & + pk_t(c_t + v_{t-1-\bar{t}} - \bar{k}) + pp_t(\bar{p} - c_{t+1} + c_t - v_{t-\bar{t}}) + \\ & + pc_t.v_{t-(\bar{t}+1)} - U1_t(c_{t-1}, c_t - c_{t-1} + v_{t-1-\bar{t}}, \\ & \quad v_{t-(\bar{t}+1)}, c_{t+1} - c_t + v_{t-\bar{t}}, \bar{p}, \bar{k})\} + \\ & + \beta^T\{pk_{T+1}.\bar{k} + \tfrac{1}{2}(pc_{T+1} + pp_{T+1}).\ v_T + pc_{T+1}.c_T\} \ , \end{aligned} \tag{4.1.35}$$

uitgaande van de bekend veronderstelde startpositie

$$v_j = \bar{v}_j \quad (\leqq \bar{p}) \qquad j = 0, -1,\ldots,-\bar{t} \tag{4.1.36}$$

$$\frac{1}{2}(c_{-1} + v_{-1}) - vvk_0 = \bar{k}$$

de bewegingsvergelijking

$$c_t = c_{t-1} + v_{t-1} - v_{t-(\bar{t}+1)} \qquad t = 1,\ldots,T \qquad (4.1.37)$$

en de voorwaarden

$$\left.\begin{aligned} &0 \leqq c_{t+1} - c_t + v_{t-\bar{t}} \leqq \bar{p} \\ &\frac{1}{2}(c_t + v_{t-1-\bar{t}}) \geqq \bar{k} \end{aligned}\right. \qquad t = 1,\ldots,T \qquad (4.1.38)$$

Onder de veronderstelling dat het extreem bereikt wordt voor aantallen melkkoeien binnen, doch niet op de rand van het toegelaten gebied luiden de eerste orde voorwaarden als volgt. Gemakshalve laten we daarbij net als bij (4.1.29) de startcondities buiten beschouwing.

$$\frac{\partial G_1}{\partial c_t} = \beta^{t-1}\left\{-pp_{t-1} - \frac{\partial U1_{t-1}}{\partial c_t}\right\} + \beta^t\left\{\frac{\partial I1_t}{\partial c_t} + pk_t + pp_t - \frac{\partial U1_t}{\partial c_t}\right\} +$$

$$+ \beta^{t+1}\left\{\frac{\partial I1_{t+1}}{\partial c_t} - \frac{\partial U1_{t+1}}{\partial c_t}\right\} + \sum_{k=1}^{[(T-t)/\bar{t}]} \beta^{t-1+k\bar{t}}\left\{pp_{t-1+k\bar{t}}\,\frac{\partial v_{t-1+(k-1)\bar{t}}}{\partial c_t} +\right.$$

$$\left. - \frac{\partial U1_{t-1+k\bar{t}}}{\partial v_{t-1+(k-1)\bar{t}}}\,\frac{\partial v_{t-1+(k-1)\bar{t}}}{\partial c_t}\right\} + \sum_{k=1}^{[(T-t)/\bar{t}]} \beta^{t+k\bar{t}}\left\{\frac{\partial I1_{t+k\bar{t}}}{\partial v_{t-1+(k-1)\bar{t}}}\cdot\right.$$

$$\frac{\partial v_{t-1+(k-1)\bar{t}}}{\partial c_t} + pk_{t+k\bar{t}}\,\frac{\partial v_{t-1+(k-1)\bar{t}}}{\partial c_t} + pc_{t+k\bar{t}}\cdot\frac{\partial v_{t-1+(k-1)\bar{t}}}{\partial c_t} +$$

$$- \frac{\partial U1_{t+k\bar{t}}}{\partial v_{t-1+(k-1)\bar{t}}}\cdot\frac{\partial v_{t-1+(k-1)\bar{t}}}{\partial c_t} - \frac{\partial U1_{t+k\bar{t}}}{\partial v_{t+(k-1)\bar{t}}}\cdot\frac{\partial v_{t+(k-1)\bar{t}}}{\partial c_t} +$$

$$\left. - pp_{t+k\bar{t}}\,\frac{\partial v_{t+(k-1)\bar{t}}}{\partial c_t}\right\} + \sum_{k=1}^{[(T-t)/\bar{t}]} \beta^{t+1+k\bar{t}}\left\{\frac{\partial I1_{t+1+k\bar{t}}}{\partial v_{t+(k-1)\bar{t}}}\cdot\frac{\partial v_{t+(k-1)\bar{t}}}{\partial c_t} +\right.$$

$$- pk_{t+1+k\bar{t}}\,\frac{\partial v_{t+(k-1)\bar{t}}}{\partial c_t} + pc_{t+1+k\bar{t}}\,\frac{\partial v_{t+(k-1)\bar{t}}}{\partial c_t} +$$

$$- \frac{\partial U1_{t+1+k\bar{t}}}{\partial v_{t+(k-1)\bar{t}}} \frac{\partial v_{t+(k-1)\bar{t}}}{\partial c_t}\Big] + \beta^T \Big\{\frac{1}{2}(pp_{T+1} + pc_{T+1}) \frac{\partial v_T}{\partial c_t}\Big\} = 0,$$

$$t = 2,\ldots,T-1 \qquad (4.1.39)$$

$$\frac{\partial G_1}{\partial c_T} = \beta^{T-1}\Big\{-pp_{T-1} - \frac{\partial U1_{T-1}}{\partial c_T}\Big\} + \beta^T\Big\{\frac{\partial I1_T}{\partial c_T} + pk_T + pp_T - \frac{\partial U1_T}{\partial c_T}\Big\} +$$

$$+ \beta^T\{- \frac{1}{2}(pc_{T+1} + pp_{T+1}) + pc_{T+1}\} = 0 \qquad (4.1.40)$$

Het stelsel (4.1.39) en (4.1.40) geeft nu de beslissingsregel, waarmee voor ieder tijdstip t, t = 2,...,T, de optimale omvang van de melkveestapel - en op basis daarvan de optimale omvang van de instroom van vaarzen in iedere periode - kan worden bepaald.

Ter afsluiting van deze paragraaf bezien we, kort, de aard van de in (4.1.29) en (4.1.39) afgeleide beslissingsregels. In de investeringsliteratuur wordt in het kader van analyses als hierboven vaker onderscheid gemaakt tussen statische en dynamische beslissingsregels [5]. Onder een statische beslissingsregel wordt daarbij een regel verstaan waarin als variabele voor een periode t enkel de beslissingsvariabele voor die periode vóórkomt, en onder een dynamische regel één, waarin als variabele voor een periode t bovendien nog de beslissingsvariabele van één of meer andere perioden vóórkomt. In de hier bestudeerde situatie is sprake van een statische beslissingsregel, wanneer in de t-de vergelijking van het stelsel (4.1.29) resp. (4.1.39) alleen de grootheid $d_t$ resp. $c_{t-1}$ als variabele vóórkomt, terwijl een dynamische regel resulteert, wanneer deze vergelijking ook nog de instroom van vaarzen in andere perioden resp. de omvang van de melkveestapel op andere tijdstippen omvat. In het eerste geval wordt de optimale $d_t$ resp. $c_{t-1}$ vastgelegd door de parameters van de inkomsten- en uitgavenfuncties alsmede de opbrengstprijzen van de onderscheiden soorten rundvlees en kan deze los van de optimale omvang van deze variabelen in andere perioden bepaald worden. In het geval van een dynamische beslissingsregel staat de beslissing over de instroom van vaarzen in een periode t niet los van eerdere of latere beslissingen daarover, maar bepalen de beslissingen daarover in het verleden alsmede de toekomst de huidige beslissing. I.t.t. de situatie met een statische beslissingsregel, waar de beslissingsperioden binnen het beslissingstijdvak a.h.w. naast elkaar staan, dient de veehouder nu voor een gegeven waarde van de exogene variabelen een tijdpad te volgen voor de instroom van vaarzen resp. de omvang van de melkveestapel.

Bepalend voor het statische dan wel dynamische karakter van de in (4.1.29) resp. (4.1.39) afgeleide beslissingsregels is de wijze waarop de functies $I1_t$ en $U1_t$ gespecificeerd worden. Zolang deze qua gedaante niet nauwer ingeperkt worden dan via (4.1.11) resp. (4.1.12) en de eis van concaviteit resp. convexiteit, kan echter in zijn algemeenheid niet worden aangegeven, of uit de hierboven ontwikkelde modellen statische dan wel dynamische beslissingsregels resulteren. Eerst zodra een nadere specificatie van de inkomsten- en uitgavenfuncties heeft plaatsgevonden, is het mogelijk daarover uitspraken te doen.

## Literatuur


1. F. Hildebrand, Methods of Applied Mathematics, Prentice-Hall, 1965.
2. H. Kuhn and A. Tucker, Non-linear Programming, Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, 1950; herdrukt in: P. Newman (ed.), Readings in Mathematical Economics, vol. I, The John Hopkins Press, Baltimore, 1968.
3. N. Derzko, S. Sethi and G. Thompson, Distributed Parameter Systems Approach to the Optimal Cattle Ranching Problem, Optimal Control Applications and Methods, 1980.

   P. Kort, Optimal Dynamic Investment Policies of a Value Maximizing Firm, Proefschrift, Katholieke Universiteit Brabant, 1988.

   J. Lesourne, The optimal growth of the firm in a growing environment, Journal of Economic Theory, 1976.

   P. van Loon, A Dynamic Theory of the Firm: Production, Finance and Investment, Proefschrift, Katholieke Hogeschool Tilburg, 1982.

   Th. Ludwig, Optimale Expansionspfade der Unternehmung, Gabler Verlag, Wiesbaden, 1978.

   G. van Schijndel, Dynamic firm and investor behaviour under progressive personal taxation, Proefschrift, Katholieke Universiteit Brabant, 1987.
4. Zie voor een vergelijkbaar resultaat: A. Rayner, Investment Theory, Adjustment Costs and Milk Supply Response: A Preliminary Analysis Presenting Regional Supply Functions for England and Wales, Oxford Agrarian Studies, 1975.
5. Verg. de (overzichts)publicaties:

   F. Brechling, Investment and Employment Decisions, Manchester University Press, 1975.

   S. Nickell. The Investment Decisions of Firms, Cambridge University Press, 1978.

# 5. De uitbreiding van het basismodel

## § 0. Inleiding

In het voorgaande hoofdstuk is omwille van de inzichtelijkheid een situatie met slechts één beslissingsvariabele, het aantal voor reproductie bestemde pinken, in beschouwing genomen. Dat werd bereikt door het vraagstuk waarvoor de veehouder zich v.w.b. de omvang en de samenstelling van de rundveestapel gesteld ziet, via enkele veronderstellingen te vereenvoudigen. Door aan te nemen dat in iedere periode steeds eenzelfde aantal vaarskalveren uit de in die periode geboren kalveren werd achtergehouden op het bedrijf, door verder de instroom van vaarskalveren in de categorie pinken in iedere periode gelijk te nemen en door tenslotte uit te gaan van een constante productieve levensduur van melkvee werden deze drie grootheden beslissingsonafhankelijk. In paragraaf 1 laten we deze drie vereenvoudigende veronderstellingen vallen en wordt het basismodel met zijn éne beslissingsvariabele uitgebreid met deze drie grootheden als beslissingsvariabelen.
Vervolgens wordt de omgeving waarbinnen deze beslissingen spelen, in beschouwing genomen. In het basismodel is deze nog buiten beschouwing gelaten met als gevolg dat de beslissingsregels enkel steunen op overwegingen die samenhangen met het levende kapitaal van de onderneming. In feite worden de beslissingen van de melkveehouder echter niet alleen bepaald door overwegingen samenhangend met het levende kapitaal, maar ook door argumenten m.b.t. de factoren arbeid, dood kapitaal en vermogen: beslissingen t.a.v. de omvang en samenstelling van de rundveestapel staan niet los van, maar zijn ingebed in de mogelijkheden waarover het bedrijf qua arbeid, dood kapitaal en vermogen beschikt. Hoewel de omvang van de rundveestapel steeds binnen de beschikbare capaciteit van deze factoren dient te passen, kunnen deze capaciteiten op de hier relevante lange termijn echter niet als gegeven en onveranderbaar worden beschouwd. Net als de omvang en samenstelling van de veestapel zijn het grootheden, die op basis van economische overwegingen voor verandering vatbaar zijn. In tegenstelling tot de korte termijn waar de omvang van deze capaciteiten vastligt,

vormen arbeid, dood kapitaal en vermogen hier eerst dan een bottle-neck voor de uitbreiding of instandhouding van de rundveestapel, wanneer de door deze factoren opgeroepen kosten niet langer worden goedgemaakt door de opbrengsten.

De beslissingen waarvoor de melkveehouder zich met deze uitbreidingen gesteld ziet, zijn daarmee wezenlijk gecompliceerder dan bij het basismodel. Niet alleen m.b.t. de omvang en samenstelling van de rundveestapel moet een beslissing genomen worden, maar ook m.b.t. de overige productiefactoren. Daarbij moet rekening gehouden worden met wederzijdse afhankelijkheden.

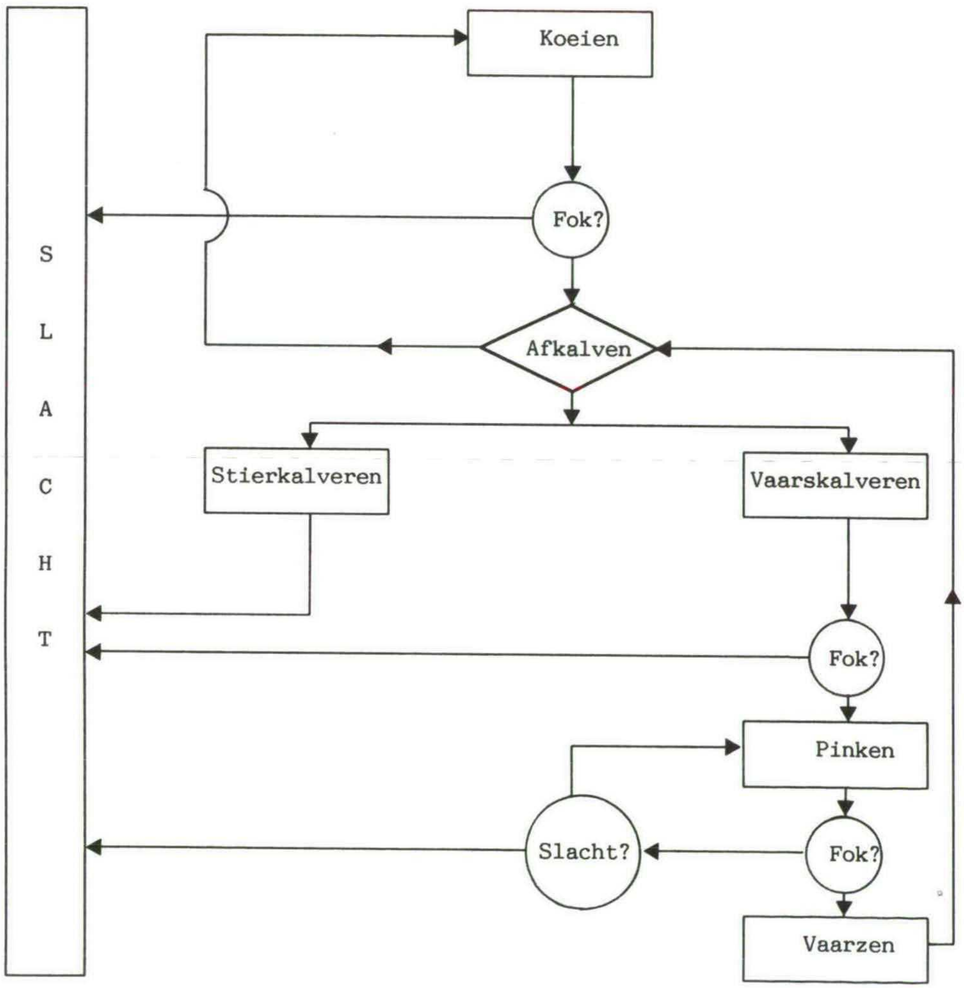
In de paragrafen 2 en 3 komen nu de hoofdlijnen van deze kadrering aan de orde. In paragraaf 2 worden de factoren arbeid en dood kapitaal in samenhang met het levende kapitaal en met elkaar in de beschouwing betrokken en wordt het basismodel dienovereenkomstig uitgebreid. In paragraaf 3 wordt vervolgens de pendant van het levende en dode kapitaal aan de orde gesteld, het vermogen. In paragraaf 4 volgt het model waarmee het beslissingsprobleem van de melkveehouder dat met bovengenoemde uitbreidingen resulteert, kan worden weergegeven en in paragraaf 5 de oplossing.

## § 1. Het levende kapitaal

Bij de ontwikkeling van het basismodel zijn we ervan uitgegaan, dat in iedere periode van het beslissingstijdvak $\bar{k}$ van de in die periode beschikbaar gekomen vaarskalveren voor verdere opfok op het bedrijf werd achtergehouden. Al deze dieren stroomden door naar de categorie pinken en werden daar óf bevrucht óf verkocht voor de slacht. De bevruchte dieren stroomden door naar de categorie melkkoeien en voltooiden daar een productieve levensduur van $\bar{t}$ perioden, waarna ook zij afgevoerd werden voor de slacht. Met deze veronderstellingen werd bereikt, dat enkel m.b.t. de omvang van de instroom van vaarzen een beslissing hoefde te worden genomen.

In feite moet de melkveehouder niet alleen een beslissing nemen over het niveau van de instroom van vaarzen, maar bovendien wordt van hem in iedere periode binnen het beslissingstijdvak een beslissing verlangd m.b.t. het aantal vaarskalveren dat voor opfok tot pink zal worden achtergehouden, het aantal pinken dat voor de slacht afgestoten zal worden alsmede tenslotte de lengte van de productieve levensduur van een stuk melkvee. Zodra voor deze vier grootheden een beslissing is genomen, ligt, gegeven het uitgangsbestand in de vier onderscheiden categorieën, het aantal dieren dat daarin overblijft, vast. Schematisch kan deze gang van zaken worden voorgesteld als is weergegeven in de hieronder opgenomen figuur. De cirkels in deze figuur staan daarbij voor de beslissing dieren aan te houden dan wel af te stoten.

Figuur 5.1.1. De ontwikkeling van de rundveestapel voor de situatie met 4 beslissingsvariabelen



Voor de niet voor verdere opfok geselecteerde vaarskalveren handhaven we het bij het basismodel geformuleerde uitgangspunt: ze worden net als de beschikbaar gekomen stierkalveren verkocht voor de slacht. De op het bedrijf achtergehouden kalveren stromen echter door naar de categorie pinken en worden daar óf bevrucht óf verkocht voor de slacht. We gaan er daarbij echter niet langer vanuit dat deze bevruchting of verkoop nog in dezelfde periode plaatsvindt als waarin de kalveren deze categorie binnenstromen. Bevruchting of verkoop geschiedt hier óf in de periode van binnenkomst óf in een latere periode. Daarmee wordt de biologische feitelijkheid werkelijkheidsgetrouwer weergegeven dan in het basismodel. Een verder verschil in vergelijking met het basismodel is, dat de beslissing een koe af te voeren voor de slacht nu niet langer wordt genomen op basis van de jaargang waartoe het dier behoort. De beslissing een koe te verkopen is niet langer beperkt tot koeien van een bepaalde jaargang, maar kan t.a.v. elke koe, welke haar jaargang ook is, genomen worden.Het loslaten van de constante productieve levensduur van melkvee heeft tot gevolg dat de veehouder de gemiddelde leeftijd van het melkvee nu niet alleen via het aantal en de leeftijd van de instromende vaarzen kan beïnvloeden, maar ook via de omvang van de afstoot van melkvee alsmede de leeftijd van de af te stoten dieren. De betekenis van de (gemiddelde) leeftijd voor de melkgift is hiervoor al aan de orde geweest, verg. hoofdstuk 3 paragraaf 1.

T.b.v. de weergave van de ontwikkeling in de tijd van de op het bedrijf aanwezige categorieën vee voeren we, in aanvulling op de hiervóór gedefiniëerde grootheden, nog de volgende twee variabelen in:

$vk_t$ : het aantal vaarskalveren dat op tijdstip t aanwezig is,
$p_t$ : het aantal pinken dat op tijdstip t op het bedrijf aanwezig is.

Onder handhaving van de veronderstelling dat in een periode per melkkoe en vaars één kalf geboren wordt, kan nu de ontwikkeling van de rundveestapel van het in beschouwing genomen bedrijf worden weergegeven door het volgende stelsel vergelijkingen

$$vk_t = \frac{1}{2}(c_{t-1}+v_{t-1}) - vvk_t$$

$$p_t = p_{t-1} + vk_{t-1} - vp_t - d_t$$

$$t = 1,\dots,T \qquad (5.1.1)$$

$$v_t = d_t$$

$$c_t = c_{t-1} + v_{t-1} - vc_t$$

Daarbij dient te gelden, dat

$$vvk_t \geqq 0,\ vp_t \geqq 0,\ d_t \geqq 0,\ vc_t \geqq 0, \qquad (5.1.2)$$

i.v.m. ons uitgangspunt, dat het bedrijf geen vaarskalveren, pinken, vaarzen of koeien van andere melkveebedrijven aankoopt of anders dan voor de slacht afstoot. Verder dient voldaan te zijn aan de eis, dat het in een periode verkochte aantal vaarskalveren, pinken en koeien steeds ten hoogste gelijk is aan het voor verkoop beschikbare aantal.

$$vvk_t \leqq \frac{1}{2}(c_{t-1}+v_{t-1})$$

$$d_t + vp_t \leqq p_{t-1} + vk_{t-1} \qquad t = 1,\dots,T \qquad (5.1.3)$$

$$vc_t \leqq c_{t-1} + v_{t-1}$$

## § 2. Arbeid en dood kapitaal

Evenmin als de omvang en samenstelling van het levende kapitaal op de hier relevante lange termijn gegeven en onveranderlijk zijn, zo min zijn dat de capaciteiten waarover de onderneming qua arbeid, dood kapitaal (en vermogen) beschikt. Door het inschakelen van meer of minder (gezins)arbeid en het aantrekken of afstoten van dood kapitaal kan de melkveehouder de omvang van deze capaciteiten veranderen, nog afgezien van de mogelijkheden die de verandering van de gebruiksintensiteit van deze factoren biedt.

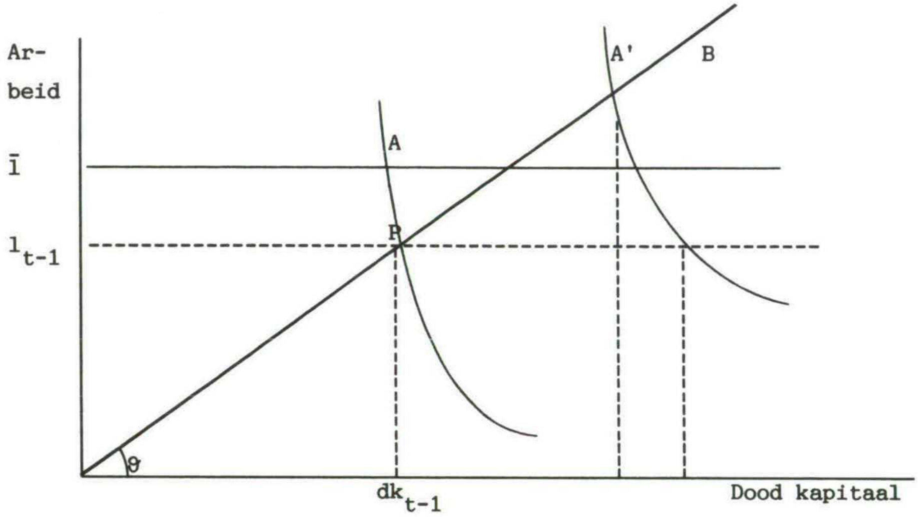
Alvorens de ontwikkeling in de tijd van deze grootheden aan de orde te stellen, geven we aan wat we onder arbeid en dood kapitaal verstaan en behandelen we de relatie die tussen deze factoren bestaat. Beginnen we met de factor arbeid.

In de Nederlandse verhoudingen is een melkveebedrijf, dat representatief voor deze sector geacht kan worden, een gezinsbedrijf. Afgezien van de inschakeling van een loonwerker i.v.m. (seizoens)drukte of speciale activiteiten die het bedrijf niet zelf rendabel ter hand kan nemen alsmede de inzet van bedrijfshulpen bij vacanties of arbeidsongeschiktheid, wordt alle voor de verzorging en bemanning van het levende en dode kapitaal benodigde arbeid geleverd door de gezinsleden. Omdat met loonwerk en bedrijfshulp een relatief geringe hoeveelheid arbeid gemoeid is, zullen we de inzet van arbeid uit deze twee bronnen echter buiten beschouwing laten. De omstandigheid dat het een gezinsbedrijf betreft, houdt in, dat de in uren gemeten capaciteit waarover een dergelijk bedrijf maximaal kan beschikken, bij benadering constant is in de tijd en van periode tot periode nauwelijks veranderd kan worden. Omwille van de eenvoud gaan wij er vanuit, dat het per periode beschikbare aantal arbeidsuren gedurende de gehele planningsperiode gelijk blijft. Dat houdt niet in, dat de "verwerkingscapaciteit" waarover een dergelijk bedrijf beschikt, een gegeven, onveranderlijke grootheid is. De productiviteit van de gezinsarbeid is nl. niet constant in de loop van de tijd.

Onder dood kapitaal verstaan we zaken als bedrijfsgebouwen, machines en werktuigen en cultuurgrond. Hoewel deze grootheid ongelijksoortig van samenstelling is, zullen we haar als gelijksoortig behandelen. De reden aan deze heterogeniteit voorbij te gaan is, dat we hier enkel in die kwaliteit van dood kapitaal geïnteresseerd zijn dat het samen met arbeid (en vermogen) de mogelijkheden van de onderneming v.w.b. levend kapitaal vastlegt. In dat verband is de specifieke betekenis van bijv. cultuurgrond niet van belang.

De combinatie van arbeid met dood en levend kapitaal levert de finale output van de onderneming: melk en verschillende soorten rundvlees. T.b.v. deze finale output brengt het bedrijf als intermediaire output onder meer de goederen en diensten voort die het levende kapitaal voor zijn verzorging nodig heeft. Deze goederen en diensten worden gegenereerd via de combinatie van arbeid en dood kapitaal. In dit transformatieproces kunnen arbeid en dood kapitaal elkaar vervangen, maar aard en gedaante van deze productiefunctie kunnen hier buiten beschouwing blijven, omdat we kunnen volstaan met een modellering van de argumenten van deze productiefunctie. Voor deze modellering maken we gebruik van onderstaande figuur.

Figuur 5.2.1 Isoquanten van verzorgingsdiensten als functie van arbeid en dood kapitaal




In figuur 5.2.1 representeren de isoquanten A en A' 2 verschillende niveaux van de output aan verzorgingsdiensten als functie van arbeid, l, en dood kapitaal, dk. Een voor de hand liggende maat voor het niveau van deze output vormt het aantal grootvee-eenheden, het aantal melkgevende koeien, dat gedurende een periode op het bedrijf aanwezig is. Als benadering van de veebezetting, en daarmee van het outputniveau, gedurende een periode t nemen we het aantal grootvee-eenheden dat op het einde van periode t op het bedrijf aanwezig is. Met $Z_t' = [vk_t, p_t, v_t, c_t]$ en $o' = [o_1, o_2, o_3, o_4]$ de vector waarmee de vier categorieën vee worden herleid op grootvee-eenheden, wordt de benadering van de veebezetting gedurende een periode t gegeven door $o'Z_t$. Beslist de veehouder nu per gedurende een periode t aanwezige grootvee-eenheid, $\alpha_t$ eenheden arbeid te besteden, dan bedraagt de inzet van arbeid in die periode

$$l_t = \alpha_t o' Z_t \qquad t = 1,\ldots,T \qquad (5.2.1)$$

Voor dood kapitaal volgen we eenzelfde redenering. Zijn per gedurende een periode t aanwezige grootvee-eenheid $\kappa_t$ eenheden dood kapitaal nodig, dan correspondeert met een veebezetting van $o'Z_t$ in periode t een voorraad dood kapitaal van $\kappa_t o'Z_t$

$$dk_t = \kappa_t o'Z_t \qquad t = 1,\ldots,T \qquad (5.2.2)$$

Het punt P in figuur 5.2.1 geeft nu de door de veehouder voor periode t-1 aangehouden combinatie van arbeid en dood kapitaal en de tangens van hoek $\vartheta$ de verhouding tussen de voor periode t-1 geldende arbeids- en kapitaalquote per grootvee-eenheid.
De ontwikkeling in de tijd van deze verhouding wordt onder meer bepaald door de omstandigheid dat aan de vraag naar arbeid voor de productie van verzorgingsdiensten tegemoet moet worden gekomen met gezinsarbeid, waarvan het aanbod begrensd is. We kunnen dat verduidelijken aan de hand van figuur 5.2.1. Wanneer de melkveehouder bijv. in een periode t zijn veebezetting wenst uit te breiden van $o'Z_{t-1}$ naar $o'Z_t$ grootvee-eenheden, zodat de output van verzorgingsdiensten moet stijgen van isoquant A naar A', kan hij, wanneer hij de in periode t-1 gehanteerde verhouding van productiefactoren handhaaft, de isoquant A' cet. par. niet bereiken, omdat daarbij de maximaal beschikbare hoeveelheid arbeid, $\bar{l}$, wordt overschreden. De isoquant A' kan alleen bereikt worden door over te gaan op een andere verhouding van arbeid en dood kapitaal, d.w.z. arbeid te vervangen door dood kapitaal. Bij gelijkblijvende bezetting van de factor arbeid, $l_t = l_{t-1}$, moet de factor dood kapitaal niet alleen aangepast worden voor de verandering in de veebezetting, maar bovendien de verandering in de vraag naar arbeid volledig compenseren.

Vervolgen we na deze voorbereidingen en de verduidelijking van de betekenis van de gezinsarbeid voor de factor dood kapitaal de modellering van de argumenten van de productiefunctie van verzorgingsdiensten.

Op basis van (5.2.1) wordt de ontwikkeling van de inzet van arbeid gegeven door

$$l_t - l_{t-1} = \alpha_t o'Z_t - \alpha_{t-1} o'Z_{t-1} \qquad t = 1,\ldots,T \qquad (5.2.3)$$

Omdat we omwille van de eenvoud wensen te beschikken over bewegingsvergelijkingen die lineair zijn in de beslissingsvariabelen, zullen we niet

(5.2.3) als de bewegingsvergelijking voor arbeid hanteren, maar een eerste orde benadering daarvan. Op basis van een lineaire benadering rond het punt ($\alpha$, o'Z), waarbij $\alpha$ ligt tussen $\alpha_1$ en $\alpha_T$ en o'Z tussen o'$Z_1$ en o'$Z_T$, gaat (5.2.3) over in

$$l_t = l_{t-1} + \alpha(o'Z_t - o'Z_{t-1}) + o'Z\ va_t \quad t = 1,\dots,T \tag{5.2.4}$$

met $va_t = \alpha_t - \alpha_{t-1}$ de verandering in de arbeidsquote in periode t. Volgens (5.2.4) komen veranderingen in de vraag naar arbeid tot stand als resultaat van veranderingen in de veebezetting, de arbeidsquote of een combinatie daarvan. Uitgeschreven in de vorm zoals die verderop gebruikt zal worden, luidt (5.2.4) met gebruikmaking van (5.1.1)

$$\begin{aligned} l_t = & -(o_1-o_2)\alpha.vk_{t-1} + (\tfrac{1}{2}o_1-o_3+o_4)\alpha.v_{t-1} + \tfrac{1}{2}\, o_1\alpha.c_{t-1} + l_{t-1} + \\ & - o_1\alpha.vvk_t - o_2\alpha.vp_t - (o_2-o_3)\alpha.d_t - o_4\alpha.vc_t + \\ & + o'Z.va_t \qquad t = 1,\dots,T \end{aligned} \tag{5.2.5}$$

Uiteraard kan de vraag naar arbeid het beschikbare aanbod niet overschrijden

$$l_t \leqq \bar{l} \qquad t = 1,\dots,T \tag{5.2.6}$$

Opgemerkt zij, dat aan de inzet van gezinsarbeid voor het bedrijf noch inkomsten noch uitgaven zijn verbonden.

De netto-uitbreiding van de voorraad dood kapitaal in een periode t wordt op basis van (5.2.2) gegeven door

$$dk_t - dk_{t-1} = \kappa_t o'Z_t - \kappa_{t-1} o'Z_{t-1} \qquad t = 1,\dots,T \tag{5.2.7}$$

en het niveau van de bruto-uitbreiding door $dk_t - (1-\varepsilon)dk_{t-1}$, waarbij $\varepsilon$ staat voor de in de tijd constante fractie dood kapitaal die in iedere periode buiten gebruik moet worden gesteld. Ook hier zullen we niet (5.2.7) als bewegingsvergelijking gebruiken, maar een eerste orde benadering ervan. Op basis van een lineaire benadering rond het punt ($\kappa$,o'Z) gaat (5.2.7) over in

$$dk_t = dk_{t-1} + \kappa(o'Z_t - o'Z_{t-1}) + o'Z(\kappa_t - \kappa_{t-1}) \qquad (5.2.8)$$

Veranderingen in de omvang van de voorraad dood kapitaal komen tot stand als resultaat van een verandering in de omvang van de veebezetting, en daarmee het beroep op verzorgingsdiensten, een verandering in de kapitaalquote of een combinatie daarvan.

I.v.m. het bestaan van substitutiemogelijkheden tussen arbeid en dood kapitaal nemen we aan, dat deze substitutie lineair en tijdsonafhankelijk is

$$\kappa_t - \kappa_{t-1} = \sigma(\alpha_t - \alpha_{t-1}) = \sigma.va_t \qquad (5.2.9)$$

met de substitutieverhouding $\sigma < 0$. Invoeging van (5.2.9) in (5.2.8) levert voor de ontwikkeling van het dode kapitaal

$$dk_t = dk_{t-1} + \kappa(o'Z_t - o'Z_{t-1}) + o'Z\sigma\ va_t, \qquad (5.2.10)$$

of, uitgeschreven op de vorm zoals die verderop gebruikt zal worden,

$$\begin{aligned} dk_t = & -(o_1-o_2)\kappa.vk_{t-1} + (\tfrac{1}{2}o_1-o_3+o_4)\kappa.v_{t-1} + \\ & + \frac{1}{2}\, o_1\kappa.c_{t-1} + dk_{t-1} - o_1\kappa.vvk_t - o_2\kappa.vp_t + \\ & - (o_2-o_3)\kappa.d_t - o_4\kappa.vc_t + o'Z\sigma.va_t \qquad t = 1,\ldots,T \qquad (5.2.11) \end{aligned}$$

Volgens (5.2.10) wordt de ontwikkeling van de voorraad dood kapitaal uitsluitend bepaald door de groei van de veebezetting en de ontwikkeling van de arbeidsquote. Een autonome ontwikkeling in de kapitaalquote is daarmee buiten beschouwing gelaten. Gegeven het met de nagestreefde veebezetting corresponderende outputniveau van verzorgingsdiensten, $o'Z_t$, en gegeven de wenselijk geachte arbeidstijd per grootvee-eenheid, $\alpha_t$, stelt de veehouder de omvang van het dode kapitaal steeds zo vast, als overeenkomt met het volgens de nagestreefde veebezetting en arbeidsquote noodzakelijke minimum. Ofschoon dit met zich brengt, dat dood kapitaal steeds volledig bezet is, houdt dit niet in, dat dood kapitaal nu eens aangetrokken, dan weer afgestoten wordt. Omdat dood kapitaal zowel met de veebezetting als met de

arbeidsquote varieert, is daarvan pas sprake, wanneer één van deze twee constant gehouden wordt.
Opgemerkt zij tenslotte, dat een veronderstelling als (5.2.9) een reductie inhoudt van de verzameling van in aanmerking komende productiefuncties. Omdat deze functie hier echter buiten beschouwing kan blijven, zullen we op dit punt niet verder ingaan.

## § 3. Het vermogen

In de vorige paragraaf is in hoofdlijnen uiteengezet, op welke wijze de omgevingsfactoren arbeid en dood kapitaal met elkaar en met het levende kapitaal samenhangen en is een modellering van deze factoren gegeven. Als laatste van de trits omgevingsfactoren komt in deze paragraaf het vermogen van de onderneming aan de orde, met de opdeling daarvan naar eigen of vreemd. Centraal bij de modellering daarvan staat de financiering van de activiteiten van deze productie- en consumptiehuishouding met eigen of vreemd vermogen of een combinatie daarvan. Als zodanig zou eigen vermogen niet in de modellering hoeven te worden meegenomen, aangezien het inkomsten noch uitgaven oproept. Omdat in het algemeen echter geldt, dat vreemd vermogen nooit een fractie $h_1$ $0 < h_1 < 1$, van het totaal vermogen mag overschrijden, kan het niet buiten beschouwing blijven.

Het vermogen van de onderneming is de waarde van het levende en dode kapitaal alsmede de voorraad kasmiddelen. Omdat de waarde van een goed zowel op de kosten die voor dit goed gemaakt zijn, als op de opbrengsten die het zal genereren, gebaseerd kan worden, staan voor de bepaling van deze waarde, in het algemeen gesproken, meerdere maatstaven ter beschikking. Enkele voorbeelden hiervan zijn de prijs die het goed bij verkoop opbrengt of de voor afschrijvingen gecorrigeerde historische aanschaffingsprijs. I.v.m. het meten van de ontwikkeling van het vermogen hanteren we voor de waardering van het dode kapitaal op een tijdstip t de in periode t voor dood kapitaal geldende aankoopprijs en voor levend kapitaal, dat we gemakshalve herleiden op grootvee-eenheden, de bij verkoop voor de slacht geldende prijs van een koe in periode t.

Met $pdk_t$ de aankoopprijs van een eenheid dood kapitaal in periode t en $ev_t$ resp. $vv_t$ de omvang van het eigen resp. vreemd vermogen op tijdstip t wordt de waarde van het eigen vermogen gegeven door de volgende balansvergelijking

$$ev_t = pdk_t.dk_t + pc_t.o'Z_t - vv_t \qquad t = 0,\dots,T \qquad (5.3.1)$$

Van het opnemen van de voorraad kasmiddelen en bedrijfsvorderingen is daarbij afgezien, omdat aangenomen mag worden, dat de hierin opgesloten waarde gering is in vergelijking met die van het levende en dode kapitaal. De ontwikkeling van het vreemde vermogen kan worden voorgesteld door

$$vv_t = (1-a)\ vv_{t-1} + ovv_t, \qquad t = 1,\dots,T \qquad (5.3.2)$$

waarbij a staat voor de aflossingsfractie en $ovv_t$ voor het in periode t opgenomen vreemd vermogen. Omdat vreemd vermogen in het algemeen gesproken nooit een fractie $h_1$, $0 < h_1 < 1$, van het totaal vermogen te boven mag gaan, eisen we

$$vv_t \leqq h_1(ev_t + vv_t)$$

of,

$$vv_t \leqq h.ev_t, \qquad t = 0,\dots,T \qquad (5.3.3)$$

met

$$h = \frac{h_1}{1-h_1}$$

Met gebruikmaking van de hiervóór gegeven uitdrukkingen voor $dk_t$ en $o'Z_t$ luidt (5.3.3), uitgeschreven op de vorm zoals die verderop gebruikt zal worden,

$$\begin{aligned}
&(o_1pc_t+o_1\kappa.pdk_t)\ vvk_t + (o_2pc_t+o_2\kappa.pdk_t)\ vp_t + \{(o_2-o_3)\ pc_t + \\
&+ (o_2-o_3)\kappa.pdk_t\}\ d_t + (o_4pc_t+o_4\kappa pdk_t)\ vc_t - (o'Z\sigma.pdk_t)\ va_t + \\
&+ \frac{1+h}{h}\ ovv_t \leqq \{o_2.pc_t-(o_1-o_2)\kappa.pdk_t\}\ vk_{t-1} + (o_2pc_t)\ p_{t-1} + \\
&+ \{(\tfrac{1}{2}o_1+o_4)\ pc_t + (\tfrac{1}{2}o_1-o_3+o_4)\kappa.pdk_t\}\ v_{t-1} + \{(\tfrac{1}{2}o_1+o_4)pc_t + \\
&+ \tfrac{1}{2}o_1\kappa.pdk_t\}\ c_{t-1} + pdk_t.dk_{t-1} - \frac{1+h}{h}\ (1-a)\ vv_{t-1} \qquad (5.3.4)
\end{aligned}$$

Via de grootheid $ovv_t$ kan nu een verband gelegd worden tussen de financieringsactiviteiten van het bedrijf aan de ene kant en de productie-, investerings- en consumptie-activiteit aan de andere kant. Samen met de inkomsten uit de bedrijfsexploitatie vormt het nieuw aangetrokken vreemd vermogen nl. het fonds, waarmee de productie van melk en slachtvee, de investeringen in levend en dood kapitaal alsmede de vervanging van vreemd door eigen vermogen en tenslotte de uitgaven voor de gezinsconsumptie gefinancierd worden.

We maken deze relatie expliciet m.b.v. een opstelling van inkomsten en uitgaven. Met $I2_t(c_{t-1}, v_{t-1}, vc_t)$ de inkomsten uit melk als functie van het aantal dieren dat aan de melkproductie deelneemt, worden de ontvangsten uit de exploitatie gegeven door

$$I2_t(c_{t-1},v_{t-1},vc_t) + pk_t\{\tfrac{1}{2}(c_{t-1}+v_{t-1}) + vvk_t\} + pp_t.vp_t + \\ + pc_t.vc_t \qquad t = 1,\ldots,T \qquad (5.3.5)$$

Het totaal van de liquiditeiten die in periode t ter beschikking staan, inclusief het in periode t nieuw opgenomen vreemde vermogen, bedraagt zodoende, met verwaarlozing van de voorraad kasmiddelen aan het begin van de periode

$$I2_t(c_{t-1},v_{t-1},vc_t) + pk_t\{\tfrac{1}{2}(c_{t-1}+v_{t-1}) + vvk_t\} + \\ + pp_t.vp_t + pc_t.vc_t + ovv_t \qquad t = 1,\ldots,T \qquad (5.3.6)$$

Dit bedrag wordt aangewend voor de productie van melk en slachtvee, de uitbreiding en/of vervanging van het levende en dode kapitaal, de betaling van rente en aflossing op vreemd vermogen alsmede tenslotte de consumptie van het gezin. De mogelijkheid een kasvoorraad aan te leggen laten we daarbij om de al genoemde reden buiten beschouwing.

Met $U2_t(vk_{t-1}, p_{t-1}, v_{t-1}, c_{t-1}, dk_{t-1}, vv_{t-1}, vvk_t, vp_t, d_t, vc_t, va_t, ovv_t)$ de uitgaven in periode t voor de productie van melk, slachtvee en nieuw levend kapitaal als functie van de omvang en samenstelling van levend en dood kapitaal, vreemd vermogen en de veranderingen in deze grootheden en met $r_t$ de rente op vreemd vermogen in periode t en $gc_t$ de uitgaven voor gezinsconsumptie in periode t beloopt het totaal van de uitgaven in een periode t, inclusief de vervanging en uitbreiding van dood kapitaal

$$U2_t(vk_{t-1}, p_{t-1}, v_{t-1}, c_{t-1}, dk_{t-1}, vv_{t-1}, vvk_t, vp_t,$$

$$d_t, vc_t, va_t, ovv_t) + (r_t+a).vv_{t-1} + gc_t + pdk_t\{dk_t +$$

$$- (1-\varepsilon)dk_{t-1}\} \qquad t = 1,\ldots,T \qquad (5.3.7)$$

Nemen we de posten (5.3.6) en (5.3.7) samen in een staat van ontvangsten en uitgaven, dan resulteert de volgende opstelling.

Schema 5.3.1 Staat van ontvangsten en uitgaven voor periode t

| | |
|---|---|
| $ovv_t$ | $U2_t$ |
| $I2_t$ | $(r_t+a)vv_{t-1}$ |
| $pk_t\{\frac{1}{2}(c_{t-1}+v_{t-1}) + vvk_t\}$ | $gc_t$ |
| $pp_t.vp_t$ | $pdk_t\{dk_t-(1-\varepsilon)dk_{t-1}\}$ |
| $pc_t.vc_t$ | |

De oplossing van $ovv_t$ uit deze balansvergelijking geeft nu de hoeveelheid nieuw aan te trekken vreemd vermogen als functie van de productie-, investerings- en consumptie-activiteit van het bedrijf.

$$ovv_t = ovv_t(vk_{t-1}, p_{t-1}, v_{t-1}, c_{t-1}, dk_{t-1}, vv_{t-1}, vvk_t,$$

$$vp_t, d_t, vc_t, va_t, gc_t, pm_t, pk_t, pp_t, pc_t, pdk_t, r_t) \qquad (5.3.8)$$

Met verwaarlozing van de voorraad kasmiddelen aan het begin en einde van de periode hangt de hoeveelheid nieuw aan te trekken vermogen in een periode t af van de omvang en samenstelling van het levend kapitaal, de omvang van het dode kapitaal, het niveau van het vreemde vermogen, de veranderingen in de veestapel en de arbeidsquote, het niveau van de gezinsconsumptie alsmede tenslotte de prijzen van melk, $pm_t$, enkele categorieën slachtvee, dood kapitaal en de rentevoet op vreemd vermogen.

Voegen we (5.3.8) in in (5.3.2), dan is de variabele $vv_t$, en daarmee de financieringsactiviteit, niet langer enkel via de voorwaarde (5.3.3) gekoppeld aan de productie-, investerings- en consumptie-activiteit van het gezinsbedrijf, maar daaraan ook direct gerelateerd. Over de gedaante van deze relatie kan echter geen uitspraak gedaan worden, zolang de functies $I2_t$ en $U2_t$ niet nader gespecificeerd worden. Duidelijk is echter wel, dat de uitdrukking (5.3.8) als gevolg van het grote aantal daarin vóórkomende variabelen weinig inzichtelijk is. Omwille van deze inzichtelijkheid zullen we daarom niet van (5.3.8) gebruik maken voor invoeging in (5.3.2), maar voor $ovv_t$ een wezenlijk eenvoudiger specificatie hanteren. We gaan er daarbij van uit, dat $ovv_t$ kan worden weergegeven als een lineaire functie. Als eenvoudiger specificatie voor de hoeveelheid nieuw aan te trekken vreemd vermogen houden we de volgende functie aan

$$ovv_t = -\varphi_{1,t}c_{t-1} + \varphi_{2,t}d_t - \varphi_{3,t}vc_t + \varphi_{4,t}va_t + \varphi_5 gc_t \qquad (5.3.9)$$

met $\varphi_{1,t}, \varphi_{2,t}, \varphi_{3,t}, \varphi_{4,t}, \varphi_5 \geq 0$.
In vergelijking met (5.3.8) bevat (5.3.9) met behoud van de koppeling met de consumptie-, productie- en investeringsactiviteit een belangrijk kleiner aantal variabelen. Bevat (5.3.8) (bijna) alle variabelen die inwerken op $ovv_t$, in (5.3.9) zijn enkel een aantal variabelen opgenomen die van relatief grote betekenis voor $ovv_t$ geacht kunnen worden. Voor de productie- en desinvesteringsactiviteit, $c_{t-1}$ en $vc_t$, wordt daarbij een negatief verband met $ovv_t$ aangehouden en voor de investerings- resp. consumptie-activiteit, $d_t$ en $va_t$ resp. $gc_t$ een positief.
Substitutie van (5.3.9) in (5.3.2) levert

$$vv_t = (1-a)\ vv_{t-1} - \varphi_{1,t}c_{t-1} + \varphi_{2,t}d_t - \varphi_{3,t}vc_t + \varphi_{4,t}va_t + \varphi_5 gc_t$$

$$t = 1,\dots,T \qquad (5.3.10)$$

Aangezien de gezinsconsumptie nooit lager kan zijn dan een positief minimum, nemen we voor $gc_t$ een ondergrens op. Deze ondergrens stellen we gelijk aan een fractie van het inkomen dat zou resulteren bij aanwending van de beschikbare gezinsarbeid buiten het bedrijf.

$$gc_t \geq f.\bar{l}.pl_t \qquad (5.3.11)$$

met $0 < f < 1$ en $pl_t$ de prijs van arbeid in periode t.

## § 4. Het model

Met de uitbreidingen die in de voorafgaande paragrafen aan het basismodel zijn gegeven, ziet de melkveehouder zich nu iedere periode voor de vraag gesteld de omvang en samenstelling van de rundveestapel te bepalen in samenhang en wisselwerking met de factoren arbeid, dood kapitaal, en vermogen. Net als bij het basismodel nemen we aan, dat hij daarbij als criterium de contante waarde van de cash flow die door zijn beslissingen wordt gegenereerd, hanteert. In deze paragraaf formuleren we nu het model voor dit beslissingsvraagstuk. Daaraan voorafgaand voeren we echter eerst een handiger notatie in en leggen we de aard van de inkomsten- en uitgavenfunctie nader vast.

Met $Y'_t = [vk_t, p_t, v_t, c_t, l_t, dk_t, vv_t]$ en

$$X'_t = [vvk_t, vp_t, d_t, vc_t, va_t, gc_t]$$

kunnen de bewegingsvergelijkingen (5.1.1), (5.2.5), (5.2.11) en (5.3.10) worden samengenomen in

$$Y_t = C_{1,t}Y_{t-1} + C_{2,t}X_t, \qquad t = 1,\ldots,T \tag{5.4.1}$$

waarbij

$$C_{1,t} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -(o_1-o_2)\alpha & 0 & (\frac{1}{2}o_1-o_3+o_4)\alpha & \frac{1}{2}o_1\alpha & 1 & 0 & 0 \\ -(o_1-o_2)\kappa & 0 & (\frac{1}{2}o_1-o_3+o_4)\kappa & \frac{1}{2}o_1\kappa & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\varphi_{1,t} & 0 & 0 & (1-a) \end{bmatrix}$$

$$C_{2,t} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -o_1\alpha & -o_2\alpha & -(o_2-o_3)\alpha & -o_4\alpha & o'Z & 0 \\ -o_1\kappa & -o_2\kappa & -(o_2-o_3)\kappa & -o_4\kappa & o'Z\sigma & 0 \\ 0 & 0 & \varphi_{2,t} & -\varphi_{3,t} & \varphi_{4,t} & \varphi_5 \end{bmatrix}$$

De voorwaarden (5.1.3), (5.2.6), (5.3.4) en (5.3.11) waaraan $X_t$ moet voldoen, kunnen worden weergegeven met

$$B_{1,t}X_t \leqq B_{2,t}Y_{t-1} + B_{3,t}, \qquad t=1,\ldots,T \tag{5.4.2}$$

waarbij

$$B_{1,t} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -o_1\alpha & -o_2\alpha & -(o_2-o_3)\alpha & -o_4\alpha & o'Z & 0 \\ \begin{array}{l} o_1pc_t+o_1\kappa. \\ pdk_t \end{array} & \begin{array}{l} o_2pc_t+ \\ +\ o_2\kappa. \\ pdk_t \end{array} & \begin{array}{l} \frac{1+h}{h}\varphi_{2,t}+(o_2-o_3). \\ pc_t+(o_2-o_3). \\ \kappa.pdk_t \end{array} & \begin{array}{l} -\frac{1+h}{h}\varphi_{3,t}+o_4pc_t \\ +o_4\kappa. \\ pdk_t \end{array} & \begin{array}{l} \frac{1+h}{h}\varphi_{4,t}+ \\ -o'Z\sigma. \\ pdk_t \end{array} & \frac{1+h}{h}\varphi_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$B_{2,t}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ (o_1-o_2)\alpha & 0 & -(\frac{1}{2}o_1-o_3+o_4)\alpha & -\frac{1}{2}o_1\alpha & -1 & 0 & 0 \\ \begin{array}{l} o_2pc_t-(o_1-o_2). \\ \kappa\ pdk_t \end{array} & o_2pc_t & \begin{array}{l} (\frac{1}{2}o_1+o_4)pc_t+ \\ +(\frac{1}{2}o_1-o_3+o_4). \\ \kappa\ pdk_t \end{array} & \begin{array}{l} \frac{1+h}{h}\varphi_{1,t}+ \\ +(\frac{1}{2}o_1+o_4). \\ pc_t + pdk_t. \\ \frac{1}{2}o_1\kappa \end{array} & 0 & pdk_t & -\frac{1+h}{h}(1-a) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_{3,t} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \bar{l} \\ 0 \\ -f.\bar{l}.pl_t \end{bmatrix}$$

Conform ons uitgangspunt dient verder te gelden

$$X_t \geqq 0 \qquad t = 1,\ldots,T \tag{5.4.3}$$

De positie waaruit het bedrijf start, veronderstellen we gegeven

$$Y_0 = \bar{Y}_0 \quad (\geqq 0) \tag{5.4.4}$$

De voorwaarde (5.4.4) samen met (5.4.2) en (5.4.3) levert

$$Y_t \geqq 0 \qquad t = 1,\ldots,T \tag{5.4.5}$$

Net als bij het basismodel zullen we er ook hier van uit gaan, dat de melkveehouder ten hoogste onder gelijkblijvende meerontvangsten opereert. Voor de in paragraaf 3 gedefinieerde inkomstenfunctie $I2_t(c_{t-1},v_{t-1},vc_t)$ nemen we aan dat deze concaaf is en voor de uitgavenfunctie $U2_t(vk_{t-1}, p_{t-1},v_{t-1},c_{t-1},dk_{t-1},vv_{t-1},vvk_t,vp_t,d_t,vc_t,va_t,ovv_t)$ dat deze convex is. I.v.m. de overgang op een handiger notatie zullen we de inkomstenfunctie in het vervolg niet langer aangeven met $I2_t$, maar met $O_t(Y_{t-1},X_t)$ en de uitgavenfunctie niet langer met $U2_t$, doch met $K_t(Y_{t-1},X_t)$.

Na deze voorbereidingen kan het beslissingsprobleem van de melkveehouder nu op dezelfde manier worden weergegeven als het basismodel.

De criteriumfunctie luidt

$$\max_{X_1,\ldots,X_T} F_2 = \sum_{t=1}^{T} \beta^t \{O_t(Y_{t-1},X_t) + P'_{y,t}Y_{t-1} + P'_{x,t}X_t +$$

$$-K_t(Y_{t-1},X_t)\} + \beta^T\{P'_{y,T+1}Y_T\}, \tag{5.4.6}$$

waarbij

$$P'_{y,t} = \Big[(o_1-o_2)\kappa.pdk_t,\ 0,\ \tfrac{1}{2}pk_t - (\tfrac{1}{2}o_1-o_3+o_4)\kappa.pdk_t,\ \tfrac{1}{2}pk_t +$$

$$- \tfrac{1}{2}o_1\kappa.pdk_t - \varphi_{1,t},\ 0,\ -\varepsilon.pdk_t,\ -(r_t+a)\Big]$$

$$P'_{x,t} = \big[pk_t + o_1\kappa.pdk_t,\ pp_t + o_2\kappa\ pdk_t,\ (o_2-o_3)\kappa.pdk_t + \varphi_{2,t},$$

$$pc_t + o_4\kappa.pdk_t - \varphi_{3,t},\ -o'Z\sigma.pdk_t + \varphi_{4,t},\ -1 + \varphi_5\big]$$

$$P'_{y,T+1} = \Big[pk_{T+1},\ pp_{T+1},\ \tfrac{1}{2}(pp_{T+1}+pc_{T+1}),\ pc_{T+1},\ 0,\ pdk_{T+1},\ -1\Big]$$

De vectoren $P_{y,t}$, $P_{x,t}$ en $P_{y,T+1}$ zijn daarbij verkregen door de coëfficiënten van $Y_t$ en $X_t$ in schema 5.3.1 met inachtneming van (5.3.9) en gebruik makend van (5.4.1) te hergroeperen over $Y_{t-1}$ en $X_t$.
Dit criterium wordt gemaximaliseerd met inachtneming van de bewegingsvergelijkingen (5.4.1) en de startpositie (5.4.4) alsmede de voorwaarden t.a.v. de beslissingsvariabelen (5.4.2) en (5.4.3).

## § 5. De oplossing

Het maximaliseringsvraagstuk (5.4.6) onder de voorwaarden (5.4.1), (5.4.2), (5.4.3) en (5.4.4) kan, behalve als een convex optimaliseringsvraagstuk, gezien worden als een "optimal control" probleem. In de laatste beschouwingswijze, de beschouwingswijze die hier gevolgd zal worden, vormen de vectoren $X_t$ de sturing en de componenten van de vectoren $Y_t$ de toestandsvariabelen. Het extreem van (5.4.6) met inachtneming van de voorwaarden (5.4.1) tot en met (5.4.4) kan dan bepaald worden m.b.v. de discrete versie van het maximumprincipe [1]. We zullen geen afleiding van deze stelling geven - daarvoor alsmede voor het verband met de stelling van Kuhn-Tucker verwijzen we naar de desbetreffende literatuur [2] -, maar volstaan met de toepassing van deze stelling op bovenstaand maximaliseringsvraagstuk, na eerst een korte omschrijving ervan te hebben gegeven.

Een cardinale rol in het maximumprincipe speelt de Hamiltonfunctie of Hamiltoniaan. Voor bovenstaand optimaliseringsvraagstuk wordt deze Hamiltoniaan, aangegeven met $H_t$, als volgt gedefinieerd.

$$\begin{aligned} &H_t(Y_{t-1}, X_t, N_t, M_{1,t}, M_{2,t}) = \\ &\beta^t\{O_t(Y_{t-1},X_t) + P'_{y,t}\, Y_{t-1} + P'_{x,t}X_t - K_t(Y_{t-1},X_t)\} + \\ &+ N'_t\{C_{1,t}Y_{t-1} + C_{2,t}X_t\} + M'_{1,t}\{-B_{1,t}X_t + B_{2,t}Y_{t-1} + B_{3,t}\} + \\ &+ M'_{2,t}X_t, \qquad t = 1,\dots,T \end{aligned} \tag{5.5.1}$$

waarbij

$$N'_t = \left[\nu_{1,t}, \nu_{2,t}, \nu_{3,t}, \nu_{4,t}, \nu_{5,t}, \nu_{6,t}, \nu_{7,t}\right]$$

de vector van co-toestandsvariabelen bij het stelsel bewegingsvergelijkingen (5.4.1) en

$$M'_{1,t} = \left[\mu_{11,t}, \mu_{12,t}, \mu_{13,t}, \mu_{14,t}, \mu_{15,t}, \mu_{16,t}\right]$$

$$M'_{2,t} = \left[\mu_{21,t}, \mu_{22,t}, \mu_{23,t}, \mu_{24,t}, \mu_{25,t}, \mu_{26,t}\right]$$

de Lagrange-multiplicatoren behorend bij de voorwaarden (5.4.2) en (5.4.3).

Het discrete maximumprincipe houdt nu het volgende in. Laat de vectoren $Y_1^*$, $Y_2^*,\ldots,Y_T^*$ de ontwikkeling van de toestandsvariabelen weergeven, die correspondeert met de instelling van de stuurvariabelen op het niveau $X_1^*$, $X_2^*,\ldots,X_T^*$ en waarbij voldaan is aan de voorwaarden (5.4.1), (5.4.2) en (5.4.3). Noodzakelijk, opdat $X_1^*$, $X_2^*,\ldots,X_T^*$ de functies (5.5.1) en daarmee (5.4.6) maximaliseert, is nu, dat er vectoren van co-toestandsvariabelen, $N_0^*$, $N_1^*,\ldots,$ $N_T^*$, en van Lagrange-multiplicatoren, $M_{1,1}^*$, $M_{1,2}^*,\ldots,M_{1,T}^*$, en $M_{2,1}^*$, $M_{2,2}^*,\ldots,M_{2,T}^*$, bestaan, zodanig, dat aan de onderstaande voorwaarden wordt voldaan.

1. $$Y_t^* = \left.\frac{\partial H_t}{\partial N_t}\right|^*$$

$$= C_{1,t}Y_{t-1}^* + C_{2,t}X_t^* \qquad t = 1,\ldots,T \qquad (5.5.2)$$

$$Y_0^* = \bar{Y}_0,$$

$$\text{waarbij } \left[\frac{\partial H_t}{\partial N_t}\right]' = \left[\frac{\partial H_t}{\partial \nu_{1,t}}, \frac{\partial H_t}{\partial \nu_{2,t}}, \frac{\partial H_t}{\partial \nu_{3,t}}, \frac{\partial H_t}{\partial \nu_{4,t}}, \frac{\partial H_t}{\partial \nu_{5,t}}, \frac{\partial H_t}{\partial \nu_{6,t}}, \frac{\partial H_t}{\partial \nu_{7,t}}\right].$$

De optimale waarde van de toestandsvariabelen op tijdstip t, $Y_t^*$, wordt gegeven door de waarde van de partiële afgeleide van $H_t$ naar $N_t$ in het extreem, aangegeven met *.

2. $$N_{t-1}^* = \left.\frac{\partial H_t}{\partial Y_{t-1}}\right|^*$$

$$= \beta^t\left[\frac{\partial O_t(Y_{t-1}^*,X_t^*)}{\partial Y_{t-1}^*} + P_{y,t} - \frac{\partial K_t(Y_{t-1}^*,X_t^*)}{\partial Y_{t-1}^*}\right] +$$

$$+ C_{1,t}'N_t^* - B_{2,t}'M_{1,t}^* \qquad t = 1,\ldots,T \qquad (5.5.3)$$

$$N_T^* = \left.\frac{\partial F_2}{\partial Y_T}\right|^*$$

$$= \beta^T.P_{y,T+1},$$

waarbij $F_2$ gegeven wordt door (5.4.6).

De optimale waarde van de co-toestandsvariabelen $N_{t-1}$ op de tijdstippen 0 t/m T-1 wordt gegeven door de waarde van de partiële afgeleide van $H_t$ naar de toestandsvariabele $Y_{t-1}$ in het extreem, en $N_T^*$ door de waarde van de partiële afgeleide van $F_2$ naar $Y_T$ in het extreem. De interpretatie van deze co-toestandsvariabelen bezien we aan het einde van deze paragraaf.

3. De Hamilton-functie (5.5.1) bezit voor $X_t = X_t^*$ een maximum, wanneer

$$\left.\frac{\partial H_t}{\partial X_t}\right|^* = 0$$

$$= \beta^t\left[P_{x,t} + \frac{\partial O_t(Y_{t-1}^*, X_t^*)}{\partial X_t^*} - \frac{\partial K_t(Y_{t-1}^*, X_t^*)}{\partial X_t^*}\right] + C_{2,t}' N_t^* +$$

$$+ B_{1,t}' M_{1,t}^* + M_{2,t}^* = 0 \qquad t = 1,\ldots,T \qquad (5.5.4)$$

(5.5.4) geeft noodzakelijke, en in dit geval ook voldoende, eerste orde voorwaarden voor het bereiken van een extreem.

4. De beslissingsvariabelen en de Lagrange-multipliers dienen niet-negatief te zijn in het extreem.

$$M_{1,t}^* \geqq 0$$

$$M_{2,t}^* \geqq 0 \qquad t = 1,\ldots,T \qquad (5.5.5)$$

$$X_t^* \geqq 0$$

5. Het inproduct van een Lagrange-multiplier met zijn corresponderende voorwaarde dient gelijk te zijn aan 0 in het extreem.

$$\hat{M}_{1,t}^*\left\{-B_{1,t}X_t^* + B_{2,t}Y_{t-1}^* + B_{3,t}\right\} = 0$$

$$\hat{M}_{2,t}^* X_t^* = 0, \qquad t = 1,\ldots,T \qquad (5.5.6)$$

waarbij

$$\hat{M}_{1,t} = \begin{bmatrix} \mu_{11,t} & & & & & \\ & \mu_{12,t} & & \emptyset & & \\ & & \mu_{13,t} & & & \\ & & & \mu_{14,t} & & \\ & \emptyset & & & \mu_{15,t} & \\ & & & & & \mu_{16,t} \end{bmatrix}$$

en $\hat{M}_{2,t}$ analoog gevormd is.

Het startpunt voor de bepaling van de optimale oplossing uit bovenstaande stelsels wordt gevormd door de beslissingsvariabelen $X_t$ en de Lagrange-multiplicatoren $M_{1,t}$ en $M_{2,t}$. Voor een willekeurige periode kunnen de volgende constellaties van deze variabelen als uitersten onderscheiden worden. De waaier van mogelijkheden tussen deze twee uitersten laten we daarbij gemakshalve buiten beschouwing.

Tabel 5.5.1 De uiterste constellaties van de Lagrange-multipliers en de beslissingsvariabelen

| $X_t$ | $M_{1,t}$ | $M_{2,t}$ |
|---|---|---|
| $> 0$ | 0 | 0 |
| $= 0$ | $\geqq 0$ | $\geqq 0$ |

Bij de bepaling van de optimale oplossing beperken we ons nu tot die constellatie van beslissingsvariabelen en Lagrange-multipliers die de mogelijkheid tot het formuleren van een beslissingsregel, die empirisch onderzocht kan worden, in zich bergt. In verband daarmee nemen we aan, dat nóch de inzet van gezinsarbeid tot het uiterste wordt opgevoerd, nóch de credietmogelijkheden volledig worden uitgeput, nóch de gezinsconsumptie op het minimum wordt teruggedrukt, nóch het aantal voor verkoop of bevruchting in aanmerking komende dieren zijn logische maximum of minimum bereikt. In deze constellatie nemen de beslissingsvariabelen een positieve waarde aan en zijn de voorwaarden (5.4.2) niet bindend, zodat $M_{1,t}$ en $M_{2,t}$ beide gelijk 0 zijn. In dat geval gaan de voorwaardenstelsels (5.5.2) tot (5.5.6), met weglating van *, over in de volgende stelsels.

$$
\begin{aligned}
&Y_t = C_{1,t}Y_{t-1} + C_{2,t}X_t \qquad\qquad t = 1,\dots,T \\
&Y_0 = \bar{Y}_0
\end{aligned}
\tag{5.5.7}
$$

$$
N_{t-1} = \beta^t\left\{\frac{\partial O_t(Y_{t-1},X_t)}{\partial Y_{t-1}} + P_{y,t} - \frac{\partial K_t(Y_{t-1},X_t)}{\partial Y_{t-1}}\right\} + C'_{1,t}N_t \qquad t = 1,\dots,T \tag{5.5.8}
$$

$$
\begin{aligned}
&N_T = \beta^T\{P_{y,T+1}\} \\
&\beta^t\left\{P_{x,t} + \frac{\partial O_t(Y_{t-1},X_t)}{\partial X_t} - \frac{\partial K_t(Y_{t-1},X_t)}{\partial X_t}\right\} + C'_{2,t}N_t = 0 \quad t = 1,\dots,T
\end{aligned}
\tag{5.5.9}
$$

Het stelsel (5.5.7), (5.5.8), (5.5.9) is een voorbeeld van een tweepunts-randwaardeprobleem. Op het begintijdstip, t = 0, is de startwaarde bekend, $\bar{Y}_0$, en voor het eindtijdstip, t = T, de waarde van de co-toestandsvariabele, $\beta^T.P_{y,T+1}$.
M.b.v. $N_T = \beta^T\{P_{y,T+1}\}$ volgt nu voor (5.5.8)

$$
\begin{aligned}
N_t = \sum_{j=t}^{T-1}\beta^{j+1}&\left[\prod_{k=1}^{j-t}C'_{1,j+k}\right]\left\{\frac{\partial O_{j+1}(Y_j,X_{j+1})}{\partial Y_j} + P_{y,j+1} + \right. \\
&\left. - \frac{\partial K_{j+1}(Y_j,X_{j+1})}{\partial Y_j}\right\} + \beta^T\left[\prod_{k=1}^{T-t}C'_{1,j+k}\right]P_{y,T+1} \qquad t = 0,\dots,T
\end{aligned}
\tag{5.5.10}
$$

(5.5.10) gesubstitueerd in (5.5.9) levert

$$
\begin{aligned}
&\beta^t\left\{P_{x,t} + \frac{\partial O_t(Y_{t-1},X_t)}{\partial X_t} - \frac{\partial K_t(Y_{t-1},X_t)}{\partial X_t}\right\} + \\
&+ C'_{2,t}\left[\sum_{j=t}^{T-1}\beta^{j+1}\left[\prod_{k=1}^{j-t}C'_{1,j+k}\right]\left\{\frac{\partial O_{j+1}(Y_j,X_{j+1})}{\partial Y_j} + P_{y,j+1} + \right.\right.
\end{aligned}
$$

$$- \frac{\partial K_{j+1}(Y_j, X_{j+1})}{\partial Y_j}\Bigg] + \beta^T \left[\prod_{k=1}^{T-t} C'_{1,j+k}\right] P_{y,T+1}\Bigg] = 0 \quad t = 1,\dots,T \quad (5.5.11)$$

M.b.v.

$$\frac{\partial Y_{t+j}}{\partial X_t} = \left[\prod_{k=0}^{j-1} C_{1,t+j-k} C_{2,t}\right]' = \left[C'_{2,t} \prod_{k=1}^{j} C'_{1,t+k}\right]$$

$$t = 1,\dots,T \qquad j = 0,\dots,T-t \quad (5.5.12)$$

kan de vergelijking (5.5.11) nu, met inachtneming van het feit dat de vectoren $P_{y,j+1}$ afgeleiden naar de toestandsvectoren zijn, worden herschreven tot

$$\beta^t \left[P_{x,t} + \frac{\partial O_t(Y_{t-1}, X_t)}{\partial X_t} - \frac{\partial K_t(Y_{t-1}, X_t)}{\partial X_t}\right] + \sum_{j=t}^{T-1} \beta^{j+1} \left[\frac{\partial O_{j+1}(Y_j, X_{j+1})}{\partial X_t} + \right.$$

$$\left. + \frac{\partial (P'_{y,j+1} Y_j)}{\partial X_t} - \frac{\partial K_{j+1}(Y_j, X_{j+1})}{\partial X_t}\right] + \beta^T \frac{\partial (P'_{y,T+1} Y_T)}{\partial X_t} = 0$$

of, na vermenigvuldiging met $\beta^{-t}$ en herordening, tot

$$\frac{\partial O_t(Y_{t-1}, X_t)}{\partial X_t} + P_{x,t} + \sum_{j=1}^{T-t} \beta^j \left[\frac{\partial O_{t+j}(Y_{t+j-1}, X_{t+j})}{\partial X_t} + \frac{\partial (P'_{y,t+j} Y_{t+j-1})}{\partial X_t}\right] +$$

$$+ \beta^{T-t} \frac{\partial (P'_{y,T+1} Y_T)}{\partial X_t} = \frac{\partial K_t(Y_{t-1}, X_t)}{\partial X_t} + \sum_{j=1}^{T-t} \beta^j \left[\frac{\partial K_{t+j}(Y_{t+j-1}, X_{t+j})}{\partial X_t}\right]$$

$$t = 1.,,,T \qquad (5.5.13)$$

Het stelsel (5.5.13), afgeleid onder de voorwaarde dat de stuurvariabelen een positieve waarde aannemen en dat de restricties (5.4.2) niet-actief zijn, kan als volgt geïnterpreteerd worden. De marginale opbrengsten van de lopende periode, $\frac{\partial O_t}{\partial X_t} + P_{x,t}$, vermeerderd met de som van de gedisconteerde, toekomstige marginale opbrengsten, $\sum_{j=1}^{T-t} \beta^j \left[\frac{\partial O_{t+j}}{\partial X_t} + \frac{\partial (P'_{y,t+j} Y_{t+j-1})}{\partial X_t}\right]$, alsmede de gedisconteerde eindwaarde, $\beta^{T-t} \frac{\partial (P'_{y,T+1} Y_T)}{\partial X_t}$, dient gelijk te zijn aan de marginale kosten van de lopende periode, $\frac{\partial K_t}{\partial X_t}$, vermeerderd met de som van de gedisconteerde, toekomstige marginale kosten, $\sum_{j=1}^{T-t} \beta^j \left[\frac{\partial K_{t+j}}{\partial X_t}\right]$. De stuurvariabelen dienen derhalve steeds op een zodanig niveau ingesteld te worden dat gelijkheid van (gedisconteerde) marginale opbrengsten en kosten bereikt wordt.

Als afsluiting van dit hoofdstuk behandelen we tenslotte de interpretatie van de co-toestandsvariabelen. We beperken ons daarbij tot de situatie dat $X_t$ positief en $M_{1,t}$ en $M_{2,t}$ gelijk aan nul zijn.
Laat $F^*(Y_t)$ staan voor de (maximale) netto-inkomsten van de onderneming over de periode liggend tussen de tijdstippen t en T, wanneer vanaf tijdstip t tot en met tijdstip T het optimale niveau van de stuurvariabelen volgens (5.5.13) wordt aangehouden en de toestandsvariabelen het dienovereenkomstige traject doorlopen.

$$F^*(Y_t) = \beta^{t+1}\{O_{t+1}(Y_t,X_{t+1}) + P'_{y,t+1}Y_t + P'_{x,t+1}X_{t+1} +$$

$$- K_{t+1}(Y_t,X_{t+1})\} + \sum_{j=t+1}^{T-1} \beta^{j+1}\{O_{j+1}(Y_j,X_{j+1}) + P'_{y,j+1}.Y_j +$$

$$+ P'_{x,j+1}X_{j+1} - K_{j+1}(Y_j,X_{j+1})\} + \beta^T\{P'_{y,T+1}Y_T\} \quad t = 0,\dots,T \qquad (5.5.14)$$

Zoals blijkt uit (5.5.14), hangt de waarde van $F^*(Y_t)$ af van het niveau van de toestandsvariabelen waarmee op tijdstip t gestart wordt. Met gebruikmaking van

$$Y_{t+j} = \left[\prod_{k=0}^{j-1} C_{1,t+j-k}\right] Y'_t + \sum_{i=1}^{j} \left[\prod_{k=0}^{j-1-i} C_{1,t+j-k}\right] C_{2,t+i}X_{t+i},$$

$$t = 0,\dots,T-1,\ j = 1,\dots,T-t$$

zodat

$$\frac{\partial Y_{t+j}}{\partial Y_t} = \prod_{k=0}^{j-1} C'_{1,t+j-k} \qquad (5.5.15)$$

kan nu worden nagegaan welke de gevolgen zijn voor $F^*(Y_t)$ van marginale veranderingen in deze startwaarde. Deze worden gegeven door

$$\frac{\partial}{\partial Y_t}\{F^*(Y_t)\} = \beta^{t+1}\left[\frac{\partial O_{t+1}(Y_t,X_{t+1})}{\partial Y_t} + \frac{\partial\{P'_{y,t+1}Y_t\}}{\partial Y_t} + \right.$$

$$\left. - \frac{\partial K_{t+1}(Y_t,X_{t+1})}{\partial Y_t}\right] + \sum_{j=t+1}^{T-1} \beta^{j+1}\left[\frac{\partial O_{j+1}(Y_j,X_{j+1})}{\partial Y_t} + \frac{\partial\{P'_{y,j+1}Y_j\}}{\partial Y_t} + \right.$$

$$\left. - \frac{\partial K_{j+1}(Y_j,X_{j+1})}{\partial Y_t}\right] + \beta^T \frac{\partial\{P'_{y,T+1}Y_T\}}{\partial Y_t} = \beta^{t+1}\left[\frac{\partial O_{t+1}(Y_t,X_{t+1})}{\partial Y_t} + P_{y,t+1} + \right.$$

$$\left. - \frac{\partial K_{t+1}(Y_t,X_{t+1})}{\partial Y_t}\right] + \sum_{j=t+1}^{T-1} \beta^{j+1}\left[\prod_{k=1}^{j-t} C'_{1,j+k}\right]\left[\frac{\partial O_{j+1}(Y_j,X_{j+1})}{\partial Y_j} + P_{y,j+1} + \right.$$

$$\left. - \frac{\partial K_{j+1}(Y_j,X_{j+1})}{\partial Y_j}\right] + \beta^T\left[\prod_{k=1}^{T-t} C'_{1,j+k}\right]P_{y,T+1}, \quad t = 0,\dots,T-1 \qquad (5.5.16)$$

en voor t = T door

$$\frac{\partial}{\partial Y_T}\{F^*(Y_T)\} = \frac{\partial}{\partial Y_T}\{P'_{y,T+1}Y_T\} = P_{y,T+1} \qquad (5.5.17)$$

(5.5.16) en (5.5.17) geven echter precies die uitdrukkingen die we hiervóór voor $N_t$, $t = 0,\dots,T$, gevonden hebben, verg. (5.5.10).

De vector van co-toestandsvariabelen $N_t$, $t = 0,\dots,T$, kan zodoende geïnterpreteerd worden als de marginale opbrengst resulterend uit een marginale verandering van de waarde van de corresponderende vector van toestandsvariabelen, $Y_t$. Voor het eindtijdstip is de interpretatie gelijk aan die van een Lagrange-multiplier in een statisch optimalisatie-vraagstuk, maar voor de overige tijdstippen is de interpretatie daarvan verschillend. De uitdrukking (5.5.16) heeft dan de volgende betekenis. Wanneer $Y_t$ (in geringe mate) wordt veranderd met een vector $\Delta Y_t$, dan bedragen de additionele (positieve of negatieve) opbrengsten resulterend uit de optimale sturing van het systeem vanaf tijdstip t tot en met tijdstip T in goede benadering [3]

$$\Delta F^*(Y_t) = N'_t \, \Delta Y_t \qquad (5.5.18)$$

De co-toestandsvariabelen zijn zodoende dynamische schaduwprijzen. Zij geven de in de tijd variërende marginale opbrengst van de toestandsvariabelen. Dezelfde betekenis bezitten de co-toestandsvariabelen in de situatie dat één of meer elementen van de vectoren $M_{1,t}$ en $M_{2,t}$ positief zijn. I.t.t. de co-toestandsvariabelen reikt de betekenis van de Lagrange-multiplier $M_{1,t}$ en $M_{2,t}$ echter niet verder dan de periode waarop deze betrekking hebben. Weliswaar zijn ze in zoverre dynamisch van karakter, dat ze in de verschillende perioden een verschillende waarde ($\geqq 0$) kunnen aannemen, maar zij voldoen niet aan een recurrente betrekking als die voor de co-toestandsvariabelen (5.5.10).

## Literatuur

1. L. Pontryagin, V. Boltyanski, R. Gramkrelidze and E. Mischenko, The Mathematical Theory of Optimal Processes, Wiley, New York, 1962.
2. A. Bensoussan, G. Hurst and B. Näslund, Management Applications of Modern Control Theory, North Holland, Amsterdam, 1974.
   A. Bryson and Yu-Chi Ho, Applied Optimal Control, Wiley, 1975.
   R. Dorfman, An Economic Interpretation of Optimal Control Theory, The American Economic Review, 1969.
   M. Intriligator, Mathematical Optimization and Economic Theory, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1971.
   P. Varaiya, Notes on Optimization, Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1972.
   J. Kamien and N. Schwartz, Sufficient Conditions in Optimal Control Theory, Journal of Economic Theory, 1971.
   G. Feichtinger, R.F. Hartl, Optimale Kontrolle ökonomischer Prozesse, W. de Gruyter, Berlin New York, 1986.
3. Verg. R. Pindyck, Optimal Planning for Economic Stabilization, The Application of Control Theory to Stabilization Policy, North-Holland, Amsterdam, 1973.

# 6. Gespecificeerde beslissingsregels voor de (des) investeringen in melkvee

## § 0. Inleiding

In het voorgaande hoofdstuk zijn onder een aantal veronderstellingen beslissingsregels afgeleid voor de omvang en samenstelling van een rundveestapel alsmede de hoeveelheid aan te schaffen dood kapitaal en aan te trekken vreemd vermogen. Omdat de aan deze regels ten grondslag liggende criteriumfunctie niet gespecificeerd werd, liggen vorm noch gedaante van deze regels vast. In dit hoofdstuk gaan we nu over tot het specificeren van de criteriumfunctie en de bepaling van vorm en gedaante van de daarmee corresponderende beslissingsregels. In aansluiting aan de in dit soort modellen vaak gehanteerde veronderstelling nemen we daartoe aan, dat de ontvangsten en uitgaven kunnen worden weergegeven als lineaire en kwadratische functies van de toestands- en beslissingsvariabelen. In paragraaf 1 worden deze ontvangsten en uitgaven componentsgewijs besproken. In paragraaf 2 wordt het nu alfa-numeriek gespecificeerde beslissingsprobleem van de melkveehouder, onder handhaving van de vereenvoudigende veronderstellingen, opgelost. De uit deze afleiding resulterende beslissingsregel geeft de voor de beslissing relevante variabelen alsmede de betekenis van deze variabelen voor de beslissingsvariabele. Hij specificeert de gedaante van een reactievergelijking die geschat kan worden. Deze schatting zal in hoofdstuk 9 aan de orde komen. Daaraan voorafgaand zal echter eerst een vereenvoudiging van de gevonden beslissingsregel plaatsvinden. Deze regel bevat nl. een te groot aantal verklarende variabelen in vergelijking met het beschikbare aantal waarnemingen t.a.v. de te verklaren variabele.

## § 1. De specificatie van de criteriumfunctie

De criteriumfunctie (5.4.6) bevat een zevental componenten, nl. de opneming van nieuw vreemd vermogen, de inkomsten uit de verkoop van vee en de levering van melk, de betaling van rente en aflossing op vreemd vermogen, de aanschaf en vervanging van dood kapitaal, de overige uitgaven voor de exploitatie van het bedrijf en tenslotte de consumptieve bestedingen van het gezin, verg. schema 5.3.1. Alle inkomsten en uitgaven met uitzondering van de ontvangsten uit melk en de overige exploitatie-uitgaven zijn in het voorgaande hoofdstuk als lineaire functies gespecificeerd, maar van de ontvangsten uit melk en de overige exploitatie-uitgaven, hiervóór aangegeven met $O_t(Y_{t-1},X_t)$ resp. $K_t(Y_{t-1},X_t)$ is nog geen specificatie gegeven. Deze specificatie vormt het thema van deze paragraaf.

V.w.b. de inkomsten uit melk zijn we er in het voorgaande van uitgegaan, dat deze ten hoogste proportioneel met het aan de melkproductie deelnemende aantal dieren toenemen, terwijl we voor de overige exploitatie-uitgaven als uitgangspunt hebben genomen, dat deze tenminste proportioneel stijgen met het niveau van de stuur- en toestandsvariabelen. Samen leiden deze uitgangspunten ertoe, met de overige inkomsten en uitgaven gespecificeerd als lineaire functies, dat het bedrijf ten hoogste onder gelijkblijvende meer-ontvangsten opereert. Met het oog daarop werd aan de functies $O_t$ resp. $K_t$ de eis van concaviteit resp. convexiteit opgelegd. Het saldo $O_t$-$K_t$ vermeerderd met de lineair gespecificeerde overige inkomsten en uitgaven levert zodoende een concave criteriumfunctie.

Als concave functie voor de ontvangsten uit melk kiezen we nu een lineaire functie en als convexe functie voor $K_t$, de overige exploitatie-uitgaven, een kwadratische relatie. Met handhaving van de weergave van de overige inkomsten- en uitgavenposten d.m.v. lineaire functies omvat de criteriumfunctie zodoende zowel lineaire als kwadratische termen: zij wordt lineair-kwadratisch gespecificeerd.

De coëfficiënten in deze lineaire en kwadratische functies worden òf gevormd door prijzen òf bezitten zowel een prijs- als een hoeveelheidsdimensie. Omdat deze prijzen, nog afgezien van een situatie met inflatie, niet constant zullen blijven tijdens het beslissingstijdvak en omdat er tussen inputs substitutiemogelijkheden bestaan, zullen deze coëfficiënten, in het algemeen gesproken, tijdsafhankelijk zijn. In het kader van de onderhavige analyse zullen we er echter van uit gaan, dat de coëfficiënten in het kwadratische deel van de criteriumfunctie, afgezien van een correctie voor inflatie, constant blijven in de loop van de tijd en dat die in de lineaire term tijdsafhankelijk zijn.

Aan dit uitgangspunt ligt een drietal overwegingen ten grondslag. De eerste daarvan is, dat de coëfficiënten in de kwadratische term niet op één enkele homogene uitgavencategorie berusten, maar op een, soms groot, aantal heterogene uitgavenposten. Zo omvatten de direct door melkvee opgeroepen uitgaven bijv. niet alleen de betalingen voor verschillende soorten krachtvoer, maar ook de uitgaven voor aangekocht ruwvoer, de contributie voor fok- en melkcontrolevereniging, het honorarium voor veeartsenijkundige behandeling en de uitgaven voor lichamelijke verzorging. Dientengevolge bestaat de mogelijkheid dat tegengestelde ontwikkelingen in de verschillende uitgavencategorieën elkaar in meer of mindere mate compenseren. Daarbij komt, dat we ervan uitgaan, dat de voedingswaarde van het per diercategorie verstrekte voerpakket constant blijft gedurende de gehele beslissingsperiode. Een constante voedingswaarde kan, in het algemeen gesproken, via wisselende combinaties van grondstoffen met elk een specifieke betekenis voor de voedingswaarde op een aantal manieren worden gerealiseerd. Vanwege deze substitutie-mogelijkheden kan de veehouder ook de uitgaven voor voer, een belangrijk deel van het totaal van de exploitatie-uitgaven, min of meer beheersen of zelfs constant houden. Substitutiemogelijkheden bestaan tenslotte niet alleen tussen de grondstoffen waarmee een voerpakket met een bepaalde voedingswaarde wordt samengesteld, maar ook tussen inputs als bijv. arbeid en dood kapitaal. Deze uitwisselbaarheid maakt het in principe mogelijk de uitgaven die met dergelijke inputcategorieën gemoeid zijn tot op zekere hoogte in de hand te houden.
Een algemene stijging van het uitgavenpeil als gevolg van inflatie zal echter niet via substitutie gecompenseerd kunnen worden. Om die reden laten we alle coëfficiënten in het kwadratische deel wel jaarlijks toenemen met het tempo van de inflatie.
Overwegingen als hierboven gelden echter niet voor de inkomsten uit de verkoop van dieren en melk, de betaling van rente en aflossing op vreemd vermogen of de aankoop en vervanging van dood kapitaal. Deze inkomsten en uitgaven zijn steeds homogeen van aard. Binnen deze posten bestaan geen compensatiemogelijkheden en daarom zal de variatie van de daarop stoelende coëfficiënten groter zijn dan die van de coëfficiënten in de kwadratische term. Om deze reden nemen we de coëfficiënten die steunen op deze uitgaven en inkomsten, d.w.z. alle coëfficiënten in de lineaire term van de criteriumfunctie m.u.v. die behorend bij de gezinsconsumptie, niet tijdsonafhankelijk, maar tijdsafhankelijk. De coëfficiënt van de gezinsconsumptie

bezit als gevolg van de wijze waarop de gezinsconsumptie is gedefinieerd, steeds de waarde 1. Omdat de variabelen in de lineaire term, uitgezonderd de consumptieve bestedingen, steeds aantallen of hoeveelheden voorstellen, bevatten de coëfficiënten in deze term steeds prijzen, nl. de prijzen van melk, van de diverse soorten rundvlees, van dood kapitaal en van tenslotte vreemd vermogen. In iedere beslissingsperiode is de hoogte van deze prijzen in die periode aan de veehouder bekend, terwijl het niveau van deze prijzen in de op de beslissingsperiode volgende perioden nog onbekend is. In iedere beslissingsperiode dient hij zich daarom een idee te vormen van de hoogte van deze prijzen in de op de beslissingsperiode volgende perioden. De wijze waarop hij tot de vorming van deze prijsverwachtingen komt, vormt het thema van hoofdstuk 8: in dit hoofdstuk beschouwen we deze verwachtingen als gegeven. Om aan te geven dat het om een verwachting gaat, voegen we aan deze prijzen een suffix en superfix toe. Zo stelt bijv. ${}_{t}pm^{E}_{t+k}$ de prijs van melk voor, die in periode t verwacht wordt te gelden in de periode t+k, k = 1,2,...

Op basis van deze voorbereidingen kan nu de criteriumfunctie volledig gespecificeerd worden.

De inkomsten uit melk in een bepaalde periode worden gevormd door het product van de melkprijs en de melkleveringen in die periode, terwijl de melkleveranties tot stand komen als product van het aan de melkproductie deelnemende aantal dieren en de gemiddelde melkgift per dier. Onder het aan de melkproductie deelnemende aantal dieren zullen we het aan het begin van een periode aanwezige aantal vaarzen en koeien verstaan. Ook die koeien die in de loop van een periode afgevoerd worden wegens het beëindigen van hun productieve levensduur, leveren zodoende nog een bijdrage aan de melkproductie in die periode.
Op de gemiddelde melkgift van de producerende dieren is een groot aantal factoren van invloed, verg. hoofdstuk 3. De voornaamste daarvan zijn het voerpakket, de leeftijdsopbouw en de samenstelling naar ras van de melkveestapel alsmede tenslotte de genetische kwaliteit in enge zin van de gemiddelde melkkoe. De omvang en samenstelling naar voedingscomponenten van het voerpakket houden we hier, i.t.t. de korte termijn, constant. Als gevolg daarvan gaat de productiefunctie voor melk (3.2.1) met inachtneming van (3.2.10) over in

$$mgk_t = \alpha_{00}\, e^{\alpha_{33} t}\, kgk^{\alpha_{11}}\, rgk^{\alpha_{22}}$$

$$\approx (1+g)^t\, mgk_0,\ t = 1,2,\ldots,T, \qquad (6.1.1)$$

waarbij $mgk_0$ staat voor de melkgift per koe in de periode voorafgaand aan de eerste beslissingsperiode en g voor de procentuele groei als gevolg van veranderingen in de genetische kwaliteit in enge zin en vooral, verg. tabel 3.1.1, de samenstelling van de melkveestapel naar ras. Gemakshalve nemen we het genetische niveau in enge zin en de samenstelling naar ras van de melkveestapel samen onder de noemer stand van de techniek. Veranderingen in de gemiddelde melkgift als resultaat van technische ontwikkeling komen tot stand via de vaarzen die in de melkveestapel binnenstromen. De verschillende jaargangen vaarzen worden gekenmerkt door een verschillende productiviteit en voorzover vaarzen de plaats innemen van afgestoten melkvee is er sprake van niet-identieke vervanging [1]. In verband met de geringe betekenis van dit verschil in productiviteit voor het totaal van de melkproductie en de korte levensduur van melkvee zullen we het verwaarlozen. Wij gaan ervan uit, dat de verandering in de productiviteit als gevolg van technische ontwikkeling voor alle aan de productie deelnemende dieren dezelfde is. Aannemend, dat de veehouders in meerderheid, zeker op langere termijn, de door de technische ontwikkeling geboden mogelijkheden tot vergroting van de productiviteit benutten, behandelen we deze ontwikkeling verder niet als afhankelijk van de beslissingen van de veehouders, maar als autonoom. Gemakshalve nemen we het tempo van deze ontwikkeling tenslotte constant in de loop van de tijd. Op basis van deze uitgangspunten kan de melkveehouder het niveau van de melkproductie op de lange termijn nu beïnvloeden via het aantal aan de productie deelnemende dieren en via de samenstelling naar leeftijdsklassen van de melkveestapel.

Voor de inkomsten uit melk in een periode t hanteren we de volgende specificatie

$$O_t(Y_{t-1}, X_t) = pm_t (1+g)^t \{a_1 . c_{t-1} + a_3 . v_{t-1} - a_5 . vc_t\},\ t = 1,\ldots,T \qquad (6.1.2)$$

met g de procentuele technische ontwikkeling per periode en met de coëfficiënten $a_1$, $a_3$ en $a_5$, alle drie positief, de melkgift per dier in de aan de productie deelnemende categorieën. Door uit te gaan van verschillende

opbrengstcoëfficiënten voor melkkoeien, vaarzen en afgestoten melkvee wordt de betekenis van de samenstelling naar leeftijdsklassen voor de omvang van de melkproductie tot uitdrukking gebracht.
Met (6.1.2) luidt de specificatie van de inkomstencomponent van de criteriumfunctie (5.4.6) nu als volgt

$$pm_t(1+g)^t\{a_1c_{t-1}+a_3v_{t-1}-a_5vc_t\} + pk_t\{\tfrac{1}{2}\, c_{t-1}+\tfrac{1}{2}\, v_{t-1}+ vvk_t\} +$$

$$+ pp_t.vp_t + pc_t.vc_t + ovv_t \quad t = 1,\ldots,T \qquad (6.1.3)$$

Specificeren we nu de uitgavencomponent van (5.4.6). In herinnering zij gebracht, dat deze gemengd van aard is: behalve een lineair gedeelte omvat hij een kwadratisch gedeelte. In het lineaire gedeelte worden opgenomen de betaling van rente en aflossing op vreemd vermogen, de consumptieve bestedingen alsmede de aankoop en vervanging van dood kapitaal en in het kwadratische deel alle overige uitgaven. Om de hiervóór uiteengezette overwegingen worden de coëfficiënten in de lineaire term, met uitzondering van de gezinsconsumptie, tijdsafhankelijk genomen en die in het kwadratische deel, afgezien van een correctie voor inflatie, tijdsonafhankelijk.
De verplichtingen uit hoofde van rente en aflossing van vreemd vermogen worden gegeven door

$$-(r_t + a)vv_{t-1}, \quad t = 1,\ldots,T \qquad (6.1.4)$$

terwijl met de consumptieve bestedingen en de vervanging van buiten gebruik gesteld alsmede de aankoop van nieuw dood kapitaal bedragen zijn gemoeid van

$$-gc_t \qquad (6.1.5)$$

resp.

$$-pdk_t\{dk_t - (1-\varepsilon)dk_{t-1}\} = pdk_t\{\kappa(o'Z_t-o'Z_{t-1}) + o'Z\sigma\, va_t + \varepsilon dk_{t-1}\} \qquad (6.1.6)$$

Gemakshalve schrijven we (6.1.6) niet uit als in (5.2.11), maar vervangen we de term $\kappa o'(Z_t-Z_{t-1})$ in (6.1.6) door

$$\Psi'\tilde{Z}_t \quad t = 1,\ldots,T \tag{6.1.7}$$

met $\quad \Psi' = [\psi_1, 0, \psi_2, \psi_3, -\psi_4, -\psi_5, \psi_6, -\psi_7]$

en $\quad \tilde{Z}_t = [vk_{t-1}, p_{t-1}, v_{t-1}, c_{t-1}, vvk_t, vp_t, d_t, vc_t]$

en de term $\sigma'Z\sigma$ door $\psi_8$. Met deze substitutie luidt de bewegingsvergelijking voor dood kapitaal

$$dk_t = \psi_1 vk_{t-1} + \psi_2 v_{t-1} + \psi_3 c_{t-1} + dk_{t-1} - \psi_4 vvk_t +$$

$$-\psi_5 vp_t + \psi_6 d_t - \psi_7 vc_t + \psi_8 va_t \quad t = 1,\ldots,T \tag{6.1.8}$$

en gaat (6.1.6) over in

$$-pdk_t\{\psi_1 vk_{t-1} + \psi_2 v_{t-1} + \psi_3 c_{t-1} + \varepsilon dk_{t-1} - \psi_4 vvk_t +$$

$$-\psi_5 vp_t + \psi_6 d_t - \psi_7 vc_t + \psi_8 va_t\} \tag{6.1.9}$$

Binnen de kwadratische term onderscheiden we uitgaven voor de veestapel, bijv. aangekocht veevoer, uitgaven samenhangend met het gebruik van dood kapitaal, bijv. kunstmest, en tenslotte uitgaven opgeroepen door het ter beschikking staande vreemde vermogen, andere dan rente en aflossing, bijv. verzekeringspremies.
Binnen de door de veestapel opgeroepen uitgaven onderscheiden we enerzijds uitgaven samenhangend met de omvang van de verschillende veecategorieën, anderzijds uitgaven samenhangend met de samenstelling van deze categorieën naar leeftijd. De omvangsgebonden uitgaven worden gegeven door de volgende vier posten.

$$-\frac{1}{2}\, b_1\, vk_t^2 = -\frac{1}{2}\, b_1(\frac{1}{2}\, c_{t-1} + \frac{1}{2}\, v_{t-1} - vvk_t)^2 \quad t = 1,\ldots,T \tag{6.1.10}$$

De relatie (6.1.10) geeft de uitgaven die worden opgeroepen door de vaarskalveren die voor verdere opfok worden geselecteerd.
Voor het traject vanaf de intrede van een jaarling in de categorie pink tot het moment dat zulk een dier hetzij voor de fok hetzij voor de slacht bestemd wordt, worden de uitgaven gegeven door

$$- \frac{1}{2} b_2 p_t^2 = - \frac{1}{2} b_2 (p_{t-1} + vk_{t-1} - vp_t - d_t)^2 \quad t = 1,\ldots,T \quad (6.1.11)$$

In het laatste stuk van het traject van vaarskalf tot melkkoe bedragen de uitgaven

$$- \frac{1}{2} b_3 d_{t-1}^2 \quad t = 1,\ldots,T \quad (6.1.12)$$

De direct door melkkoeien veroorzaakte uitgaven belopen

$$- \frac{1}{2} b_4 c_t^2 = - \frac{1}{2} b_4 (c_{t-1} + v_{t-1} - vc_t)^2 \quad t = 1,\ldots,T \quad (6.1.13)$$

Bovenop (6.1.10) t/m (6.1.31) komen nog de uitgaven samenhangend met de leeftijdsopbouw van de categorieën. Deze worden gegeven door

$$- \frac{1}{2} b_5 (p_{t-1} - vp_t - d_t)^2 \quad t = 1,\ldots,T \quad (6.1.14)$$

en

$$- \frac{1}{2} b_6 (c_{t-1} - vc_t)^2 \quad t = 1,\ldots,T \quad (6.1.15)$$

De posten (6.1.14) en (6.1.15) worden opgeroepen door de veroudering of verjonging van het pinken- en melkveebestand. Zou $p_{t-1}$ gelijk zijn aan $vp_t + d_t$, dan bedragen de opfokuitgaven voor pinken in die periode $- \frac{1}{2} b_2 vk_{t-1}^2$. Zijn daarentegen $vp_t$ en $d_t$ beide gelijk aan 0, dan belopen deze opfokuitgaven $- \frac{1}{2} b_2 (p_{t-1} + vk_{t-1})^2 - \frac{1}{2} b_5 (p_{t-1})^2$. Eenzelfde redenering geldt mut. mut. voor (6.1.13) en (6.1.15). Voor de vaarskalveren wordt een dergelijke uitgave niet opgenomen, aangezien deze dieren nooit in deze categorie blijven steken, net zo min als de vaarzen. Met de samenstelling naar leeftijdsklassen van de veestapel wordt zodoende niet alleen via (6.1.2) rekening gehouden, maar ook via (6.1.14) en (6.1.15).
De uitgaven samenhangend met het gebruik van dood kapitaal, bijv. kunstmest, worden gegeven door

$$- \frac{1}{2} b_7\, dk_t^2 = - \frac{1}{2} b_7 \{\psi_1 vk_{t-1} + \psi_2 v_{t-1} + \psi_3 c_{t-1} + dk_{t-1} - \psi_4 vvk_t$$

$$- \psi_5 vp_t + \psi_6 d_t - \psi_7 vc_t + \psi_8 va_t\}^2 \quad t = 1,\ldots,T \quad (6.1.16)$$

Vreemd vermogen tenslotte vergt naast rente en aflossing aan bijv. verzekeringspremies, een bedrag van

$$- \frac{1}{2} b_8 vv_t^2 = - \frac{1}{2} b_8 \{(1-a)vv_{t-1} - \varphi_{1,t} c_{t-1} + \varphi_{2,t} d_t - \varphi_{3,t} vc_t +$$

$$+ \varphi_{4,t} va_t + \varphi_5 gc_t\}^2 \quad t = 1,\dots,T \tag{6.1.17}$$

. Met $\prod_{j=1}^{t} (1+i_j)$ de correctiefactor voor inflatie wordt het saldo van inkomsten en uitgaven in een periode t, t=1,...,T-1, nu gegeven door

$$P'_{1r,t} R_{t-1} + P'_{1s,t} S_t - \frac{1}{2} \prod_{j=1}^{t} (1+i_j) [R'_{t-1} S'_t] \begin{bmatrix} A_{1,t} & A_{2,t} \\ A'_{2,t} & A_{4,t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{t-1} \\ S_t \end{bmatrix},$$

terwijl het saldo van periode T een bedrag beloopt van

$$P'_{1r,T} R_{T-1} + P'_{1s,T} S_T - \frac{1}{2} \prod_{j=1}^{T} (1+i_j) [R'_{T-1} S'_T] \begin{bmatrix} A_{1,t} & A_{2,t} \\ A'_{2,t} & A_{4,t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{T-1} \\ S_T \end{bmatrix} +$$

$$+ P'_{1r,T+1} R_T \tag{6.1.18}$$

Daarbij is

$$R'_{t-1} = [vk_{t-1}, p_{t-1}, v_{t-1}, c_{t-1}, dk_{t-1}, vv_{t-1}]$$

$$S'_t = [vvk_t, vp_t, d_t, vc_t, va_t, gc_t]$$

$$P'_{1r,t} = [-\psi_1 pdk_t, 0, pm_t(1+g)^t a_3 + \frac{1}{2} pk_t - \psi_2 pdk_t ,$$

$$pm_t(1+g)^t a_1 + \frac{1}{2} pk_t - \psi_3 pdk_t - \varphi_{1,t}, - \varepsilon pdk_t, -(r_t+a)]$$

$$P'_{1s,t} = [pk_t + \psi_4 pdk_t, pp_t + \psi_5 pdk_t, -\psi_6 pdk_t + \varphi_{2,t},$$

$$-pm_t(1+g)^t a_5 + pc_t + \psi_7 pdk_t - \varphi_{3,t}, -\psi_8 pdk_t + \varphi_{4,t}, \varphi_5 - 1]$$

$$P'_{1r,T+1} = [pk_{T+1}, pp_{T+1}, \frac{1}{2} (pp_{T+1} + pc_{T+1}), pc_{T+1}, pdk_{T+1}, -1]$$

$$
A_{1,t} = \begin{bmatrix}
2b_2+2\psi_1^2b_7 & 2b_2 & 2\psi_1\psi_2b_7 & 2\psi_1\psi_3b_7 & 2\psi_1b_7 & 0 \\
2b_2 & 2b_2+2b_5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
2\psi_1\psi_2b_7 & 0 & \begin{array}{l}\frac{1}{2}b_1+2b_4+ \\ +2\psi_2^2b_7\end{array} & \begin{array}{l}\frac{1}{2}b_1+2b_4+ \\ 2\psi_2\psi_3b_7\end{array} & 2\psi_2b_7 & 0 \\
2\psi_1\psi_3b_7 & 0 & \begin{array}{l}\frac{1}{2}b_1+2b_4+ \\ +2\psi_2\psi_3b_7\end{array} & \begin{array}{l}\frac{1}{2}b_1+2b_4+2b_6+ \\ +2\psi_3^2b_7+2\varphi_{1,t}^2b_8\end{array} & 2\psi_3b_7 & -2(1-a)\varphi_{1,t}b_8 \\
2\psi_1b_7 & 0 & 2\psi_2b_7 & 2\psi_3b_7 & 2b_7 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -2(1-a)\varphi_{1,t}b_8 & 0 & 2(1-a)^2b_8
\end{bmatrix}
$$

$A_{2,t} =$

$$
\begin{bmatrix}
-2\psi_1\psi_4b_7 & \begin{array}{l}-2b_2+ \\ -2\psi_1\psi_5b_7\end{array} & \begin{array}{l}-2b_2+ \\ +2\psi_1\psi_6b_7\end{array} & -2\psi_1\psi_7b_7 & 2\psi_1\psi_8b_7 & 0 \\
0 & -2b_2-2b_5 & -2b_2-2b_5 & 0 & 0 & 0 \\
-b_1-2\psi_2\psi_4b_7 & -2\psi_2\psi_5 & 2\psi_2\psi_6b_7 & \begin{array}{l}-2b_4+ \\ -2\psi_2\psi_7b_7\end{array} & 2\psi_2\psi_8b_7 & 0 \\
-b_1-2\psi_3\psi_4b_7 & -2\psi_3\psi_5b_7 & \begin{array}{l}2\psi_3\psi_6b_7+ \\ -2\varphi_{1,t}\varphi_{2,t}b_8\end{array} & \begin{array}{l}-2b_4-2b_6+ \\ -2\psi_3\psi_7b_7+ \\ +2\varphi_{1,t}\varphi_{3,t}b_8\end{array} & \begin{array}{l}2\psi_3\psi_8b_7+ \\ -2\varphi_{1,t}\varphi_{4,t}b_8\end{array} & -2\varphi_{1,t}\varphi_5b_8 \\
-2\psi_4b_7 & -2\psi_5b_7 & 2\psi_6b_7 & -2\psi_7b_7 & 2\psi_8b_7 & 0 \\
0 & 0 & 2(1-a)\varphi_{2,t}b_8 & -2(1-a)\varphi_{3,t}b_8 & 2(1-a)\varphi_{4,t}b_8 & 2(1-a)\varphi_5b_8
\end{bmatrix}
$$

$A_{4,t} =$

$$\begin{bmatrix}
2b_1+2\psi_4^2b_7 & 2\psi_4\psi_5b_7 & -2\psi_4\psi_6b_7 & 2\psi_4\psi_7b_7 & -2\psi_4\psi_8b_7 & 0 \\
2\psi_4\psi_5b_7 & 2b_2+2b_5+2\psi_5^2b_7 & 2b_2+2b_5+ -2\psi_5\psi_6b_7 & 2\psi_5\psi_7b_7 & -2\psi_5\psi_8b_7 & 0 \\
-2\psi_4\psi_6b_7 & 2b_2+2b_5+ -2\psi_5\psi_6b_7 & 2b_2+2b_3+2b_5+2\psi_6^2b_7+2\varphi_{2,t}^2b_8 & -2\psi_6\psi_7b_7+ -2\varphi_{2,t}\varphi_{3,t}b_8 & 2\psi_6\psi_8b_7+2\varphi_{2,t}\varphi_{4,t}b_8 & 2\varphi_{2,t}\varphi_5b_8 \\
2\psi_4\psi_7b_7 & 2\psi_5\psi_7b_7 & -2\psi_6\psi_7b_7+ -2\varphi_{2,t}\varphi_{3,t}b_8 & 2b_4+2b_6+2\psi_7^2b_7+2\varphi_{3,t}^2b_8 & -2\psi_7\psi_8b_7+ -2\varphi_{3,t}\varphi_{4,t}b_8 & -2\varphi_{3,t}\varphi_5b_8 \\
-2\psi_4\psi_8b_7 & -2\psi_5\psi_8b_7 & 2\psi_6\psi_8b_7+2\varphi_{2,t}\varphi_{4,t}b_8 & -2\psi_7\psi_8b_7+ -2\varphi_{3,t}\varphi_{4,t}b_8 & 2\psi_8^2b_7+2\varphi_{4,t}^2b_8 & 2\varphi_{4,t}\varphi_5b_8 \\
0 & 0 & 2\varphi_{2,t}\varphi_5b_8 & -2\varphi_{3,t}\varphi_5b_8 & 2\varphi_{4,t}\varphi_5b_8 & 2\varphi_5^2b_8
\end{bmatrix}$$

In guldens van constante koopkracht, de weergave waar we gebruik van zullen maken, bedragen deze saldi

$$\left\{\prod_{j=1}^{t}(1+i_j)\right\}^{-1}\{P'_{1r,t}R_{t-1} + P'_{1s,t}S_t\} +$$

$$-\frac{1}{2}[R'_{t-1}S'_t]\begin{bmatrix}A_{1,t} & A_{2,t}\\ A'_{2,t} & A_{4,t}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}R_{t-1}\\ S_t\end{bmatrix} \qquad t = 1,\dots,T-1$$

en

$$\left\{\prod_{j=1}^{T}(1+i_j)\right\}^{-1}\{P'_{1r,T}R_{T-1} + P'_{1s,T}S_T\} +$$

$$-\frac{1}{2}[R'_{T-1}S'_T]\begin{bmatrix}A_{1,t} & A_{2,t}\\ A'_{2,t} & A_{4,t}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}R_{T-1}\\ S_T\end{bmatrix} + \left\{\prod_{j=1}^{T}(1+i_j)\right\}^{-1}P'_{1r,T+1}R_T \qquad (6.1.19)$$

Nu de criteriumfunctie volledig gespecificeerd is, kan overgegaan worden tot de formulering en oplossing van het beslissingsprobleem waarvoor de melkveehouder zich in iedere beslissingsperiode binnen het beslissingstijdvak gesteld ziet: de vaststelling van de optimale niveaux van de stuurvariabelen met inachtneming van de (gegeven) uitgangspositie van het bedrijf alsmede de relaties die tussen stuur- en toestandvariabelen bestaan [2].

## § 2. De formulering en oplossing van het beslissingsvraagstuk

Zoals in hoofdstuk 5 paragraaf 4 al is opgemerkt, beperken we ons bij het bepalen van de oplossing voor de investerings- en financieringsproblematiek tot die situatie dat aan de ongelijkheidsrestricties op de beslissingsvariabelen voldaan wordt: het extreem wordt steeds binnen, doch niet op de rand van het toegelaten gebied bereikt. Dat brengt mee, dat de voorwaarden (5.4.2) niet meegenomen worden. Als gevolg daarvan kan de factor arbeid, waar deze geen cash flow oproept, buiten beschouwing blijven.

Met $\beta$ de door de veehouder aangehouden, constante disconteringsvoet, ${}_1i_j^E$ het in periode 1 voor periode j verwachte inflatiepercentage en met ${}_1P_{1r,t}^E$, ${}_1P_{1s,t}^E$ en ${}_1P_{1r,T+1}^E$ de vectoren met de in periode 1 voor periode t resp. T+1 verwachte inkomsten en uitgaven, voorzover lineair, kan het investerings-financieringsvraagstuk waarvoor de melkveehouder zich in de eerste periode gesteld ziet, nu als volgt worden weergegeven

$$\max_{S_1,\ldots,S_T} F_3 = \sum_{t=1}^{T} \beta^t \left\{ \prod_{j=1}^{t} (1+{}_1i_j^E) \right\}^{-1} \{ {}_1P'^{E}_{1r,t} R_{t-1} + {}_1P'^{E}_{1s,t} S_t \} +$$
$$- \frac{1}{2} [R'_{t-1} S'_t] \begin{bmatrix} A_{1,t} & A_{2,t} \\ A'_{2,t} & A_{4,t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{t-1} \\ S_t \end{bmatrix} + \beta^T \left\{ \prod_{j=1}^{T} (1+{}_1i_j^E) \right\}^{-1} \{ {}_1P'^{E}_{1r,T+1} R_T \} \qquad (6.2.1)$$

met inachtneming van de gegeven startpositie

$$R_0 = \bar{R}_0 \qquad (6.2.2)$$

en het stelsel bewegingsvergelijkingen (zonder de factor arbeid)

$$R_t = D_{1,t}R_{t-1} + D_{2,t}S_t \qquad t = 1,\dots,T \tag{6.2.3}$$

Daarbij is ${}_1i_1^E = i_1$, het inflatiepercentage van periode 1, terwijl ${}_1P^E_{1r,1} = P_{1r,1}$ en ${}_1P^E_{1s,1} = P_{1s,1}$. Waar geen verwarring mogelijk is, laten we verderop zowel de prefix 1 als de superfix E weg.

Verder is

$$D_{1,t} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ \psi_1 & 0 & \psi_2 & \psi_3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\varphi_{1,t} & 0 & (1-a) \end{bmatrix}$$

$$D_{2,t} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -\psi_4 & -\psi_5 & \psi_6 & -\psi_7 & \psi_8 & 0 \\ 0 & 0 & \varphi_{2,t} & -\varphi_{3,t} & \varphi_{4,t} & \varphi_5 \end{bmatrix} \tag{6.2.4}$$

De investerings-financieringsproblemen voor de tweede alsmede voor de overige perioden bezitten dezelfde structuur als dat voor de eerste periode. Zij kunnen daarom op dezelfde wijze worden opgelost als hieronder is aangegeven voor het beslissingsprobleem van de eerste periode.

Het kwadratische programmeringsvraagstuk (6.2.1), (6.2.2) en (6.2.3) kan o.m. worden opgelost door een stelsel als (5.5.1) op te stellen en op te lossen of door de methode van de dynamische programmering toe te passen [3]. Door gebruik te maken van enkele kenmerken van bovenstaand vraagstuk kan de oplossing ervan echter op eenvoudiger wijze bepaald worden. Deze kenmerken zijn, dat allereerst

$$(D_{1,t} - D_{2,t}A_{4,t}^{-1}A'_{2,t})^2 = 0 \quad t = 1,\dots,T \tag{6.2.5}$$

en dat verder

$$(D_{1,t} - D_{2,t}A_{4,t}^{-1}A'_{2,t})'(A_{1,t} - A_{2,t}A_{4,t}^{-1}A'_{2,t}) = 0 \qquad t = 1,\dots,T \tag{6.2.6}$$

In appendix 6.1 wordt de geldigheid van (6.2.5) en (6.2.6) aangetoond. Met gebruikmaking van deze kenmerken wordt in appendix 6.2 de oplossing van het bovenstaande programmeringsvraagstuk afgeleid.

Volgens appendix 6.2 wordt de optimale instelling van de stuurvariabelen in een periode t nu gegeven door

$$\begin{aligned} S_t &= -A_{4,t}^{-1}A'_{2,t}R_{t-1} + Q_t^{-1}W_t \qquad t = 1,\dots,T-1 \\ S_T &= -A_{4,T}^{-1}A'_{2,T}R_{T-1} + Q_T^{-1}W_T \end{aligned} \tag{6.2.7}$$

Daarbij is

$$Q_t = A_{4,t} + \beta\, D'_{2,t}(A_{1,t} - A_{2,t}A_{4,t}^{-1}A'_{2,t})D_{2,t}$$

$$Q_T = A_{4,T}$$

$$\begin{aligned} W_t = &\left[\prod_{j=1}^{t}(1+i_j)\right]^{-1}\{P_{1s,t} + (1+{}_t i^E_{t+1})^{-1}\,\beta\, D'_{2,t}(P_{1r,t+1} + \\ &- A_{2,t}A_{4,t}^{-1}P_{1s,t+1}) + \{(1+{}_t i^E_{t+1})(1+{}_t i^E_{t+2})\}^{-1}. \\ &\beta^2\, D'_{2,t}(D'_{1,t} - A_{2,t}A_{4,t}^{-1}D'_{2,t})(P_{1r,t+2} - A_{2,t}A_{4,t}^{-1}P_{1s,t+2})\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{T-1} = &\left[\prod_{j=1}^{T-1}(1+i_j)\right]^{-1}\{P_{1s,T-1} + (1+{}_{T-1}i^E_T)^{-1}\,\beta\, D'_{2,T-1}(P_{1r,T} + \\ &- A_{2,T-1}A_{4,T-1}^{-1}P_{1s,T}) + \{(1+{}_{T-1}i_T)\}^{-1}. \\ &\beta\, D'_{2,T-1}(D'_{1,T-1} - A_{2,T-1}A_{4,T-1}^{-1}D'_{2,T-1})(P_{1r,T+1} + \\ &- A_{2,T-1}A_{4,T-1}^{-1}P_{1s,T+1})\} \end{aligned}$$

$$W_T = \left[\prod_{j=1}^{T}(1+i_j)\right]^{-1}\{P_{1s,T} + D'_{2,T}(P_{1r,T+1} - A_{2,T}A_{4,T}^{-1}P_{1s,T+1})\}$$

Met (6.2.7) is een expliciete uitdrukking gevonden voor de door de melkveehouder te hanteren beslissingsregels. I.v.m. het ruimtebeslag dat de coëfficiënten behorend bij de verschillende variabelen vergen, volstaan we met het aangeven van de gedaante van deze regels en schrijven we enkel die componenten van $S_t$ uit, waar we met name in geïnteresseerd zijn, nl. de instroom van vaarzen in de melkveestapel, $d_t$, en de uitstroom van niet langer voldoende productief geachte koeien, $vc_t$. Wel geven we in appendix 6.3 nog expliciet de matrix van de coëfficiënten behorend bij de toestandsvariabelen, $A_{4,t}^{-1}A'_{2,t}$, alsmede de uitdrukking waarmee de matrix $Q_t^{-1}$ op eenvoudige wijze kan worden berekend.
Geven we met een kruisje het bestaan van samenhang aan, dan ziet de oplossing (6.2.7) er qua gedaante als volgt uit

$$
\begin{bmatrix} vvk_t \\ vp_t \\ d_t \\ vc_t \\ va_t \\ gc_t \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
0 & 0 & X & X & 0 & 0 \\
X & X & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & X & X & 0 & 0 \\
X & X & X & X & X & 0 \\
X & X & X & X & X & X
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} vk_{t-1} \\ p_{t-1} \\ v_{t-1} \\ c_{t-1} \\ dk_{t-1} \\ vv_{t-1} \end{bmatrix}
+
\begin{bmatrix}
X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & X & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & X & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & X & X & 0 & 0 \\
X & X & X & X & X & 0 \\
X & X & X & X & X & 0
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} pk_t \\ pp_t \\ pm_t \\ pc_t \\ pdk_t \\ r_t \end{bmatrix}
+
$$

$$
+
\begin{bmatrix}
0 & X & 0 & 0 & 0 & 0 \\
X & X & X & X & 0 & 0 \\
X & 0 & X & X & 0 & 0 \\
X & 0 & X & X & 0 & 0 \\
X & X & X & X & X & 0 \\
X & X & X & X & X & X
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} {}_t pk^E_{t+1} \\ {}_t pp^E_{t+1} \\ {}_t pm^E_{t+1} \\ {}_t pc^E_{t+1} \\ {}_t pdk^E_{t+1} \\ {}_t r^E_{t+1} \end{bmatrix}
+
\begin{bmatrix}
0 & X & 0 & 0 & 0 & 0 \\
X & 0 & X & X & 0 & 0 \\
X & 0 & X & X & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
X & X & X & X & 0 & 0 \\
X & X & X & X & 0 & 0
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} {}_t pk^E_{t+2} \\ {}_t pp^E_{t+2} \\ {}_t pm^E_{t+2} \\ {}_t pc^E_{t+2} \\ {}_t pdk^E_{t+2} \\ {}_t r^E_{t+2} \end{bmatrix}
+
$$

$$
+
\begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & X & 0 \\
X & X & X & X & 0 \\
X & X & X & X & 0 \\
X & 0 & X & X & 0 \\
X & X & X & X & 0 \\
X & X & X & X & X
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} \varphi_{1,t} \\ \varphi_{2,t} \\ \varphi_{3,t} \\ \varphi_{4,t} \\ \varphi_5 \end{bmatrix}
+
\begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & X & 0 \\
0 & 0 & X & X & 0 \\
0 & 0 & X & X & 0 \\
X & 0 & X & X & 0 \\
X & 0 & X & X & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} \varphi_{1,t+1} \\ \varphi_{2,t+1} \\ \varphi_{3,t+1} \\ \varphi_{4,t+1} \\ \varphi_5 \end{bmatrix}
+
$$

$$
+
\begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & X & 0 \\
X & 0 & X & X & 0 \\
X & 0 & X & X & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
X & 0 & X & X & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} \varphi_{1,t+2} \\ \varphi_{2,t+2} \\ \varphi_{3,t+2} \\ \varphi_{4,t+2} \\ \varphi_5 \end{bmatrix}
\qquad (6.2.8)
$$

De beslissingsregels voor de componenten waar we met name in geïnteresseerd zijn, luiden uitgeschreven als volgt:

$$
\begin{aligned}
d_t = & -\frac{b_4+b_6}{n_3}\, pp_t + \frac{\beta(b_4+b_6)}{(1+{}_ti^E_{t+1})n_3}\, {}_tpk^E_{t+1} + \\
& + \frac{\beta(1+g)^{t+1}\{b_4(a_3-a_5)+b_6a_3\}}{(1+{}_ti^E_{t+1})n_3}\, {}_tpm^E_{t+1} + \frac{\beta b_4}{(1+{}_ti^E_{t+1})n_3}\, {}_tpc^E_{t+1} + \\
& + \frac{\beta^2 b_6}{(1+{}_ti^E_{t+1})(1+{}_ti^E_{t+2})n_3}\, {}_tpk^E_{t+2} + \frac{\beta^2(1+g)^{t+2}b_6(a_1-a_5)}{(1+{}_ti^E_{t+1})(1+{}_ti^E_{t+2})n_3}\, {}_tpm^E_{t+2} + \\
& + \frac{\beta^2 b_6}{(1+{}_ti^E_{t+1})(1+{}_ti^E_{t+2})n_3}\, {}_tpc^E_{t+2} + \frac{\beta^2 b_6(\varphi_5-1)}{(1+{}_ti^E_{t+1})(1+{}_ti^E_{t+2})\varphi_5 n_3}\, \varphi_{1,t} + \\
& + \frac{b_4+b_6}{\varphi_5 n_3}\, \varphi_{2,t} + \left\{\frac{\beta b_4(\varphi_5-1)}{(1+{}_ti^E_{t+1})\varphi_5 n_3} + \frac{\beta^2 b_6(\varphi_5-1)}{(1+{}_ti^E_{t+1})(1+{}_ti^E_{t+2})\varphi_5 n_3}\right\} \varphi_{3,t} + \\
& - \left\{\frac{(b_4+b_6)(\psi_5+\psi_6)}{\psi_8\varphi_5 n_3} - \frac{\beta(\varphi_5-1)\{(2\psi_2-\psi_4)(b_4+b_6)-2b_4\psi_7\}}{2(1+{}_ti^E_{t+1})\psi_8\varphi_5 n_3} + \right. \\
& \left. - \frac{\beta^2 b_6(\varphi_5-1)(2\psi_3-\psi_4-2\psi_7)}{2(1+{}_ti^E_{t+1})(1+{}_ti^E_{t+2})\psi_8\varphi_5 n_3}\right\} \varphi_{4,t} - \frac{\beta b_4}{(1+{}_ti^E_{t+1})n_3}\, \varphi_{3,t+1} + \\
& - \frac{2\beta\psi_2(b_4+b_6)-\beta\psi_4(b_4+b_6)-2\beta b_4\psi_7}{2(1+{}_ti^E_{t+1})\psi_8 n_3}\, \varphi_{4,t+1} + \\
& - \frac{\beta^2 b_6}{(1+{}_ti^E_{t+1})(1+{}_ti^E_{t+2})n_3}\, \varphi_{1,t+2} - \frac{\beta^2 b_6}{(1+{}_ti^E_{t+1})(1+{}_ti^E_{t+2})n_3}\, \varphi_{3,t+2} + \\
& - \frac{2\beta^2 b_6(\psi_3-\frac{1}{2}\psi_4-\psi_7)}{2(1+{}_ti^E_{t+1})(1+{}_ti^E_{t+2})\psi_8 n_3}\, \varphi_{4,t+2}
\end{aligned}
\tag{6.2.9}
$$

met $n_3 = \prod_{j=1}^{t}(1+i_j)(2\beta b_4 b_6+b_4 b_3+b_6 b_3)$;

$$vc_t = \frac{b_4}{n_4} v_{t-1} + c_{t-1} - \frac{(1+g)^t a_5}{\prod_{j=1}^{t} (1+i_j) n_4} pm_t + \frac{1}{\prod_{j=1}^{t} (1+i_j) n_4} pc_t +$$

$$- \frac{\beta}{\prod_{j=1}^{t} (1+i_j)(1+{}_t i_{t+1}^E) n_4} {}_t pk_{t+1}^E - \frac{\beta(1+g)^{t+1}(a_1-a_5)}{\prod_{j=1}^{t} (1+i_j)(1+{}_t i_{t+1}^E) n_4} {}_t pm_{t+1}^E +$$

$$- \frac{\beta}{\prod_{j=1}^{t} (1+i_j)(1+{}_t i_{t+1}) n_4} {}_t pc_{t+1}^E - \frac{\beta(\varphi_5-1)}{\prod_{j=1}^{t} (1+i_j)(1+{}_t i_{t+1}^E)\varphi_5 n_4} \varphi_{1,t} +$$

$$- \frac{\beta(\varphi_5-1)}{\prod_{j=1}^{t} (1+i_j)(1+{}_t i_{t+1}^E)\varphi_5 n_4} \varphi_{3,t} - \frac{\beta(\varphi_5-1)(2\psi_3-\psi_4-2\psi_7)}{2\prod_{j=1}^{t} (1+i_j)(1+{}_t i_{t+1}^E)\psi_8\varphi_5 n_4} \varphi_{4,t} +$$

$$+ \frac{\beta}{\prod_{j=1}^{t} (1+i_j)(1+{}_t i_{t+1}^E) n_4} \varphi_{1,t+1} + \frac{\beta}{\prod_{j=1}^{t} (1+i_j)(1+{}_t i_{t+1}^E) n_4} \varphi_{3,t+1} +$$

$$+ \frac{2\beta(\psi_3-\frac{1}{2}\psi_4-\psi_7)}{2\prod_{j=1}^{t} (1+i_j)(1+{}_t i_{t+1}^E)\psi_8 n_4} \varphi_{4,t+1} \qquad (6.2.10)$$

met $n_4 = b_4 + b_6$.

Met $\varphi_{i,t} = \varphi_i \prod_{j=1}^{t} (1+i_j)$, $\varphi_{i,t+1} = \varphi_i \prod_{j=1}^{t} (1+i_j)(1+{}_t i_{t+1}^E)$ en

$\varphi_{i,t+2} = \varphi_i \prod_{j=1}^{t} (1+i_j)(1+{}_t i_{t+1}^E)(1+{}_t i_{t+2}^E)$, $i = 1,\ldots,4$, en met

$\frac{1}{(1+{}_t i_{t+1}^E)(1+{}_t i_{t+2}^E)}$ en $\frac{1}{(1+{}_t i_{t+1}^E)}$ in de termen $\varphi_{j,t+k}$, $j = 1,\ldots,4$,

$k = 0,\ldots,2$, gelijk aan één, gaan (6.2.9) en (6.2.10) over in:

$$d_t = -\frac{b_4+b_6}{n_3}\,pp_t + \frac{\beta(b_4+b_6)}{(1+{}_ti^E_{t+1})n_3}\,{}_tpk^E_{t+1} +$$

$$+ \frac{\beta(1+g)^{t+1}\{b_4(a_3-a_5)+b_6a_3\}}{(1+{}_ti^E_{t+1})n_3}\,{}_tpm^E_{t+1} + \frac{\beta b_4}{(1+{}_ti^E_{t+1})n_3}\,{}_tpc^E_{t+1} +$$

$$+ \frac{\beta^2 b_6}{(1+{}_ti^E_{t+1})(1+{}_ti^E_{t+2})n_3}\,{}_tpk^E_{t+2} + \frac{\beta^2(1+g)^{t+2}b_6(a_1-a_5)}{(1+{}_ti^E_{t+1})(1+{}_ti^E_{t+2})n_3}\,{}_tpm^E_{t+2} +$$

$$+ \frac{\beta^2 b_6}{(1+{}_ti^E_{t+1})(1+{}_ti^E_{t+2})n_3}\,{}_tpc^E_{t+2} +$$

$$+ \{\varphi_5\psi_8(2\beta b_4b_6+b_4b_3+b_6b_3)\}^{-1}\{-\beta^2b_6\psi_8\varphi_1+(b_4+b_6)\psi_8\varphi_2 +$$

$$- \beta^2b_6\psi_8\varphi_3 - \beta b_4\psi_8\varphi_3 - (b_4+b_6)(\psi_5+\psi_6)\varphi_4 + \{-\beta\psi_2(b_4+b_6) +$$

$$+ \tfrac{1}{2}\beta\psi_4(b_4+b_6) + \beta b_4\psi_7\}\varphi_4 - \beta^2b_6(-\psi_3+\tfrac{1}{2}\psi_4+\psi_7)\varphi_4\} \qquad (6.2.11)$$

$$vc_t = \frac{b_4}{n_4}\,v_{t-1} + c_{t-1} - \frac{(1+g)^t a_5}{\prod_{j=1}^{t}(1+i_j)n_4}\,pm_t + \frac{1}{\prod_{j=1}^{t}(1+i_j)n_4}\,pc_t +$$

$$- \frac{\beta}{\prod_{j=1}^{t}(1+i_j)(1+{}_ti^E_{t+1})n_4}\,{}_tpk^E_{t+1} - \frac{\beta(1+g)^{t+1}(a_1-a_5)}{\prod_{j=1}^{t}(1+i_j)(1+{}_ti^E_{t+1})n_4}\,{}_tpm^E_{t+1} +$$

$$- \frac{\beta}{\prod_{j=1}^{t}(1+i_j)(1+{}_ti_{t+1})n_4}\,{}_tpc^E_{t+1} +$$

$$+ \{\varphi_5\psi_8(b_4+b_6)\}^{-1}\{\beta\psi_8\varphi_1+\beta\psi_8\varphi_3 + \beta(\psi_3-\tfrac{1}{2}\psi_4-\psi_7)\varphi_4\}$$

(6.2.12)

Brengen we in (6.2.12) de variabele $c_{t-1}$ van het rechter- naar het linkerlid en substitueren we de term $c_{t-1} - vc_t$ met gebruikmaking van de bewegingsvergelijking voor het aantal melkkoeien door $c_t - v_{t-1}$ dan gaat (6.2.12) over in de volgende uitdrukking.

$$c_t = \frac{b_6}{n_4} v_{t-1} + \frac{(1+g)^t a_5}{\prod_{j=1}^{t} (1+i_j) n_4} pm_t - \frac{1}{\prod_{j=1}^{t} (1+i_j) n_4} pc_t +$$

$$+ \frac{\beta}{\prod_{j=1}^{t} (1+i_j)(1+{}_t i^E_{t+1}) n_4} {}_t pk^E_{t+1} + \frac{\beta (1+g)^{t+1} (a_1 - a_5)}{\prod_{j=1}^{t} (1+i_j)(1+{}_t i^E_{t+1}) n_4} {}_t pm^E_{t+1} +$$

$$+ \frac{\beta}{\prod_{j=1}^{t} (1+i_j)(1+{}_t i^E_{t+1}) n_4} {}_t pc^E_{t+1} +$$

$$- \{\varphi_5 \psi_8 (b_4 + b_6)\}^{-1} \{\beta\psi_8\varphi_1 + \beta\psi_8\varphi_3 + \beta(\psi_3 - \tfrac{1}{2}\psi_4 - \psi_7)\varphi_4\} \tag{6.2.13}$$

Met $\Pi_t = \prod_{j=1}^{t} (1+i_j)$ en $w_{1,1j} (\geq 0)$, $j=1,\ldots,8$, resp. $w_{1,2j} (\geq 0)$, $j=1,\ldots,7$, gesubstitueerd voor de constellatie van parameters uit de ontvangsten- en uitgavenfuncties en de bewegingsvergelijkingen kan de gedaante van de reactievergelijkingen als volgt worden weergegeven.

$$d_t = - \frac{w_{1,11}}{\Pi_t} pp_t + \frac{w_{1,12}}{\Pi_t (1+{}_t i^E_{t+1})} {}_t pk^E_{t+1} + \frac{(1+g)^{t+1} w_{1,13}}{\Pi_t (1+{}_t i^E_{t+1})} {}_t pm^E_{t+1} +$$

$$+ \frac{w_{1,14}}{\Pi_t (1+{}_t i^E_{t+1})} {}_t pc^E_{t+1} + \frac{w_{1,15}}{\Pi_t (1+{}_t i^E_{t+1})(1+{}_t i^E_{t+2})} {}_t pk^E_{t+2} +$$

$$+ \frac{(1+g)^{t+2} w_{1,16}}{\Pi_t (1+{}_t i^E_{t+1})(1+{}_t i^E_{t+2})} {}_t pm^E_{t+2} + \frac{w_{1,17}}{\Pi_t (1+{}_t i^E_{t+1})(1+{}_t i^E_{t+2})} {}_t pc^E_{t+2} +$$

$$+ w_{1,18} \tag{6.2.14}$$

$$c_t = w_{1,21}v_{t-1} + \frac{(1+g)^t w_{1,22}}{\Pi_t} pm_t - \frac{w_{1,23}}{\Pi_t} pc_t + \frac{w_{1,24}}{\Pi_t(1+{}_ti^E_{t+1})} {}_tpk^E_{t+1} +$$

$$+ \frac{(1+g)^{t+1} w_{1,25}}{\Pi_t(1+{}_ti^E_{t+1})} {}_tpm^E_{t+1} + \frac{w_{1,26}}{\Pi_t(1+{}_ti^E_{t+1})} {}_tpc^E_{t+1} + w_{1,27} \qquad (6.2.15)$$

## § 3. Interpretatie en schatting van de gevonden vergelijkingen

Volgens (6.2.11) wordt de (optimale) omvang van de bruto-investeringen in melkvee in een periode t bepaald door de (gedefleerde) prijs van pinken in diezelfde periode, de (gedefleerde) prijsverwachtingen voor melk en de verschillende soorten rundvlees alsmede tenslotte een constante. Het niveau van de desinvesteringen (6.2.12) is, behalve van prijzen, prijsverwachtingen en een constante, ook afhankelijk van de omvang van de stapel aan het begin van de periode en het niveau van de bruto-investeringen in periode t-1. Het gewicht van elk van deze factoren wordt gegeven door constellaties van coëfficiënten uit de specificatie van de ontvangsten- en uitgavenfuncties.

Bijzonder aan de uitdrukkingen (6.2.11) en (6.2.12) resp. (6.2.13) alsmede de overige in (6.2.8) opgenomen beslissingsregels is, dat de optimale beslissingen voor een periode t, behalve door een constante en de toestandsvariabelen aan het begin van die periode, enkel bepaald worden door de prijzen van dezelfde en de prijsverwachtingen voor de (twee) daarop volgende periode(n). Op de optimale beslissing voor een periode t zijn zodoende, behalve de startpositie en de constante, de verwachtingen voor een beperkt gedeelte van de tijd die tot de bedrijfsoverdracht resteert van betekenis. Men zou eerder verwachten, dat, naast eventueel andere grootheden, de prijsverwachtingen voor alle perioden die nog tot de bedrijfsoverdracht resteren, de optimale instelling van de stuurvariabelen bepalen. Een tweede kenmerk is, dat de coëfficiënten behorend bij de prijs(verwachting) zich volgens een bepaald patroon ontwikkelen in de tijd. Zo geldt bijv. dat de coëfficiënt van ${}_tpk^E_{t+1}$ in de component $d_t$ van $S_t$, verg. (6.2.11), na vermenigvuldiging met de factor $\frac{1+{}_ti^E_{t+1}}{1+{}_{t+1}i^E_{t+2}}$, gelijk is aan die van ${}_{t+1}pk^E_{t+2}$ in de optimale $d_{t+1}$, een element van $S_{t+1}$. De coëfficiënten behorend bij de toestandsvariabelen kennen een dergelijk patroon echter niet: zij zijn tijdsonafhankelijk. Zou er geen technische ontwikkeling en inflatie zijn, dan zouden alle coëfficiënten gelijk blijven in de tijd. De vectoren $S_t$ en $S_{t+h}$, h = 1,2,..., zouden dan slechts in zoverre van elkaar verschillen, dat de variabelen die $S_{t+h}$ bepalen, h perioden verschillen van de variabelen die op $S_t$ van invloed zijn. Wel moet opgemerkt worden, dat (6.2.11) en (6.2.12) resp. (6.2.13) qua interpreteerbaarheid minder inzichtelijk zijn dan de regels die in hoofdstuk 4 en 5 zijn afgeleid. Weliswaar is het, op basis van de voor (6.2.7) gevolgde afleiding, duidelijk, dat achter deze uitdrukkingen een nivellering van marginale kosten en opbrengsten voor alle perioden schuilgaat, maar onduidelijk is de wijze waarop deze gelijkheid tot stand komt. Om die reden vermogen we het afwegingsproces dat eraan ten grondslag ligt, niet in economische termen weer te geven of de elementen in deze uitdrukkingen economisch ondubbelzinnig te benoemen.

Met (6.2.11) en (6.2.12) resp. (6.2.11) en (6.2.13) zijn de factoren geïdentificeerd die het (optimale) niveau van de (des)investeringen in melkvee resp. het (optimale) niveau van de bruto-investeringen en de (optimale) omvang van de melkveestapel bepalen alsmede de specifieke betekenis van elk van deze grootheden. M.b.v. deze relaties alsmede de bewegingsvergelijking voor de melkveestapel is het mogelijk na te gaan in welke mate de omvang van de melkveestapel reageert op resp. gevoelig is voor veranderingen in de melkprijs.

De gemiddelde omvang van de melkveestapel in periode t bedraagt

$$\bar{c}_t = \frac{c_{t-1}+c_t}{2} \qquad (6.3.1)$$

Invoeging van (6.2.13) in (6.3.1) levert de gemiddelde omvang van de melkveestapel in periode t als functie van o.m. de prijzen en prijsverwachtingen in die periode. Behalve op $\bar{c}_t$ zijn deze prijzen en prijsverwachtingen echter ook nog van invloed op $\bar{c}_{t+1}$, $\bar{c}_{t+2}$ enz. Dit wordt veroorzaakt door de afhankelijkheid van $c_{t+1}$ van $v_t$, verg. (6.2.13) in combinatie met (6.2.11). Onder de veronderstelling dat de melkprijsverwachtingen in (6.2.11) en (6.2.13) enkel van $pm_t$ afhangen, voorzover het melkprijzen betreft, wordt het effect van een melkprijsverandering in periode t op de gemiddelde omvang van de melkveestapel gegeven door

$$\frac{\partial \bar{c}_t}{\partial c_t}\left[\frac{\partial c_t}{\partial pm_t} + \frac{\partial c_t}{\partial_t pm^E_{t+1}}\frac{\partial_t pm^E_{t+1}}{\partial pm_t}\right] +$$

$$+ \frac{\partial \bar{c}_{t+1}}{\partial c_t}\left[\frac{\partial c_t}{\partial pm_t} + \frac{\partial c_t}{\partial_t pm^E_{t+1}}\frac{\partial_t pm^E_{t+1}}{\partial pm_t}\right] +$$

$$+ \frac{\partial \bar{c}_{t+1}}{\partial c_{t+1}}\frac{\partial c_{t+1}}{\partial v_t}\left[\frac{\partial v_t}{\partial_t pm^E_{t+1}}\frac{\partial_t pm^E_{t+1}}{\partial pm_t} + \frac{\partial v_t}{\partial_t pm^E_{t+2}}\frac{\partial_t pm^E_{t+2}}{\partial pm_t}\right] +$$

$$+ \frac{\partial \bar{c}_{t+2}}{\partial c_{t+1}}\frac{\partial c_{t+1}}{\partial v_t}\left[\frac{\partial v_t}{\partial_t pm^E_{t+1}}\frac{\partial_t pm^E_{t+1}}{\partial pm_t} + \frac{\partial v_t}{\partial_t pm^E_{t+2}}\frac{\partial_t pm^E_{t+2}}{\partial pm_t}\right] =$$

$$\frac{\partial c_t}{\partial pm_t} + \frac{\partial c_t}{\partial_t pm^E_{t+1}}\frac{\partial_t pm^E_{t+1}}{\partial pm_t} +$$

$$+ \frac{\partial c_{t+1}}{\partial v_t}\left[\frac{\partial v_t}{\partial_t pm^E_{t+1}}\frac{\partial_t pm^E_{t+1}}{\partial pm_t} + \frac{\partial v_t}{\partial_t pm^E_{t+2}}\frac{\partial_t pm^E_{t+2}}{\partial pm_t}\right], \qquad (6.3.2)$$

of, beknopt, door

$$\frac{\partial c_t}{\partial pm_t} + \frac{\partial c_{t+1}}{\partial v_t}\frac{\partial v_t}{\partial pm_t} \qquad (6.3.3)$$

De elasticiteit van de melkproductie op de lange termijn m.b.t. de melkprijs is in (2.1.4) gedefinieerd als

$$\frac{\Delta \bar{c}}{\Delta pm}\,\frac{pm}{\bar{c}} \qquad (6.3.4)$$

Net als de korte termijn elasticiteit (3.2.8) schatten we ook deze elasticiteit als gemiddelde van de elasticiteiten in de afzonderlijke periodes. Onder de hierboven genoemde veronderstelling wordt deze elasticiteit dan bijv. bepaald met

$$\frac{\Delta \bar{c}}{\Delta pm}\,\frac{pm}{\bar{c}} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left[\left[\frac{\partial c_t}{\partial pm_t} + \frac{\partial c_{t+1}}{\partial v_t}.\frac{\partial v_t}{\partial pm_t}\right]\frac{pm_t}{\bar{c}_t}\right] \qquad (6.3.5)$$

Voor de elementen $\frac{\partial c_t}{\partial pm_t}$, $\frac{\partial c_{t+1}}{\partial v_t}$ en $\frac{\partial v_t}{\partial pm_t}$ worden daarbij de schattingen van de corresponderende regressiecoëfficiënten genomen. Omdat de regressieanalyses niet met $pm_t$, doch met $z_t = \frac{(1+g)^t \, pm_t}{\Pi_t}$ als regressor uitgevoerd zullen worden, staan deze coëfficiënten eerst ter beschikking na correctie via $\frac{\partial c_t}{\partial z_t}.\frac{\partial z_t}{\partial pm_t}$. Met deze correctie wordt de lange termijn elasticiteit nu bepaald met

$$\frac{\Delta \bar{c}}{\Delta pm} \frac{pm}{\bar{c}} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} \left\{ \left[ \frac{\partial c_t}{\partial z_t}.\frac{\partial z_t}{\partial pm_t} + \frac{\partial c_{t+1}}{\partial v_t}.\frac{\partial v_t}{\partial z_t}\frac{\partial z_t}{\partial pm_t} \right] \frac{pm_t}{\bar{c}_t} \right\} \qquad (6.3.6)$$

Hangen de prijsverwachtingen in (6.2.11) en (6.2.13) ook nog af van andere melkprijzen dan die van periode t, dan verandert uiteraard (6.3.3) en wordt (6.3.6) dienovereenkomstig aangepast.
De berekening van de elasticiteit (6.3.6) kan in principe zowel met data t.a.v. individuele melkveebedrijven als met gegevens m.b.t. de sector als geheel plaatsvinden. Hoewel de reactievergelijkingen (6.2.11) en (6.2.13) op micro-niveau, d.w.z. op het niveau van de individuele onderneming, zijn afgeleid, zijn ze ook macro, d.w.z. voor de sector als geheel, van gelding, aangezien ze voldoen aan de voorwaarden voor consistente aggregatie [4].
Gegevens m.b.t. individuele ondernemingen als in deze studie nodig zijn voor de landbouwjaren vanaf 1978/79 beschikbaar in de databank van het LEI boekhoudnet [5]. Dit boekhoudnet, dat tot doel heeft een representatief beeld te geven van de bedrijfsuitkomsten en de financiële positie van de Nederlandse landbouwbedrijven alsmede van de factoren die hierop van invloed zijn, bevat o.a. een steekproef van ruim driehonderd melkveehouderijbedrijven. Het betreft hier een gestratificeerde steekproef waarbij rekening wordt gehouden met de omvang van de bedrijven, de leeftijd van de ondernemer, het bedrijfstype en de regio's, waarin de bedrijven liggen. Elk jaar wordt ca. 20% van de gekozen bedrijven vervangen, zodat deelnemers als regel niet langer dan vijf à zeven jaar deel uitmaken van het boekhoudnet. Omdat deze micro-data slechts voor een beperkt deel van het hier in beschouwing genomen tijdvak ter beschikking staan, terwijl een cross-sectie op basis van deze bedrijfsgegevens stuit op de afwezigheid

van variatie in het verwachtingenschema dat gehanteerd zal worden, schatten we de coëfficiënten $\frac{\partial c_t}{\partial pm_t}$, $\frac{\partial c_{t+1}}{\partial v_t}$ en $\frac{\partial v_t}{\partial pm_t}$ niet met micro-, maar met macro-data.

Voordat tot deze schatting kan worden overgegaan, dient echter voor twee problemen een oplossing te worden gevonden. Allereerst wordt de instroom van vaarzen niet als zodanig geregistreerd, zodat deze op een of andere wijze berekend moet worden. Een mogelijkheid daartoe biedt bijv. een hergroepering van de gegevens uit de jaarlijkse meitelling t.a.v. de rundveestapel. Op die manier krijgen we de beschikking over vijftien waarnemingen t.a.v. de te verklaren variabele. In vergelijking met het aantal regressoren in (6.2.11) is dit echter een te klein aantal om betrouwbare uitspraken over de lange termijn elasticiteit mogelijk te maken. Tenzij het mogelijk is op enigerlei wijze een groter aantal waarnemingen te genereren t.a.v. de regressand, bijv. waarnemingen op half jaar basis, kan deze moeilijkheid alleen overwonnen worden door via een of ander criterium het aantal regressoren te beperken. Met een reductie van het aantal regressoren gaat echter in het algemeen een deel van het verklarende vermogen van het model verloren. In verband daarmee gaan we in hoofdstuk 7 eerst na of met gebruikmaking van de maandelijkse steekproeven m.b.t. de omvang en samenstelling van de nationale rundveestapel, aangevuld met een aantal feitelijkheden van economische en biologische aard, een groter aantal waarnemingen t.a.v. $d_t$ kan worden gegenereerd. Blijkt zulks onmogelijk, dan zal noodgedwongen het aantal regressoren verminderd worden.

Evenmin hebben we de beschikking over het niveau van de prijzen van melk, de verschillende soorten rundvlees en het inflatiepercentage dat de melkveehouders verwachten voor de perioden na de beslissingsperiode. In hoofdstuk 8 formuleren we daarom modellen waarmee data t.a.v. deze grootheden gegenereerd kunnen worden. Na deze voorbereidingen kan in hoofdstuk 9 overgegaan worden tot de bepaling van de elasticiteit van het melkaanbod op de lange termijn.

# Appendix 6.1

De geldigheid van (6.2.5) en (6.2.6)

Als gevolg van de wijze waarop de kwadratische component in (6.1.18) is gemodelleerd, kunnen de matrices $A_{1,t}$, $A_{2,t}$, en $A_{4,t}$ uit (6.1.18) als volgt worden weergegeven

$$\begin{aligned} A_{1,t} &= D'_{1,t}\Delta_1 D_{1,t} + (\Gamma_1 D_{1,t}\Gamma_2)'\Delta_2(\Gamma_1 D_{1,t}\Gamma_2) \\ A_{2,t} &= D'_{1,t}\Delta_1 D_{2,t} + (\Gamma_1 D_{1,t}\Gamma_2)'\Delta_2(\Gamma_1 D_{2,t}\Gamma_3) \\ A_{4,t} &= D'_{2,t}(\Delta_1+\Delta_2)D_{2,t} \end{aligned} \tag{A.6.1.1}$$

De matrices $D_{1,t}$ en $D_{2,t}$ zijn gegeven in (6.2.4) en

$$\Delta_1 = \begin{bmatrix} b_1 & & & & & \\ & b_2 & & & \emptyset & \\ & & b_3 & & & \\ & & & b_4 & & \\ & \emptyset & & & b_7 & \\ & & & & & b_8 \end{bmatrix} \qquad \Delta_2 = \begin{bmatrix} 0 & & & & & \\ & b_5 & & \emptyset & & \\ & & 0 & & & \\ & & & b_6 & & \\ & \emptyset & & & 0 & \\ & & & & & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_1 = \begin{bmatrix} 0 & & & & & \\ & 1 & & \emptyset & & \\ & & 0 & & & \\ & & & 1 & & \\ & \emptyset & & & 0 & \\ & & & & & 0 \end{bmatrix} \qquad \Gamma_2 = \begin{bmatrix} 0 & & & & & \\ & 1 & & \emptyset & & \\ & & 0 & & & \\ & & & 1 & & \\ & \emptyset & & & 0 & \\ & & & & & 0 \end{bmatrix} \qquad \Gamma_3 = \begin{bmatrix} 0 & & & & & \\ & 1 & & \emptyset & & \\ & & 1 & & & \\ & & & 1 & & \\ & \emptyset & & & 0 & \\ & & & & & 0 \end{bmatrix}$$

Omdat zowel $(\Delta_1+\Delta_2)$ als $D_{2,t}$ van volledige rang is, bestaat $A^{-1}_{4,t}$.

$$A^{-1}_{4,t} = D^{-1}_{2,t}(\Delta_1+\Delta_2)^{-1}(D'_{2,t})^{-1} \tag{A.6.1.2}$$

Met

$$D_{2,t}^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -\dfrac{\psi_4}{\psi_8} & -\dfrac{\psi_5}{\psi_8} & -\dfrac{\psi_5+\psi_6}{\psi_8} & -\dfrac{\psi_7}{\psi_8} & \dfrac{1}{\psi_8} & 0 \\ \dfrac{\psi_4\varphi_{4,t}}{\psi_8\varphi_5} & \dfrac{\psi_5\varphi_{4,t}}{\psi_8\varphi_5} & \dfrac{\psi_5\varphi_{4,t}+\psi_6\varphi_{4,t}-\psi_8\varphi_{2,t}}{\psi_8\varphi_5} & \dfrac{\psi_7\varphi_{4,t}-\psi_8\varphi_{3,t}}{\psi_8\varphi_5} & -\dfrac{\varphi_{4,t}}{\psi_8\varphi_5} & \dfrac{1}{\varphi_5} \end{bmatrix} \tag{A.6.1.3}$$

en

$$(\Delta_1+\Delta_2)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{b_1} & & & & & \emptyset \\ & \frac{1}{b_2+b_5} & & & & \\ & & \frac{1}{b_3} & & & \\ & & & \frac{1}{b_4+b_6} & & \\ & & & & \frac{1}{b_7} & \\ \emptyset & & & & & \frac{1}{b_8} \end{bmatrix} \tag{A.6.1.4}$$

kan de inverse van $A_{4,t}$ berekend worden. De uitschrijving van deze inverse laten we i.v.m. het ruimtebeslag van deze matrix achterwege. Gebruik makend van (A.6.1.3) en (A.6.1.4) vinden we voor $\tilde{D}_1$

$$\begin{aligned} \tilde{D}_1 &= D_{1,t} - D_{2,t}A_{4,t}^{-1}A'_{2,t} \\ &= D_{1,t} - (\Delta_1+\Delta_2)^{-1}\{\Delta_1 D_{1,t}+(D'_{2,t})^{-1}(\Gamma_1 D_{2,t}\Gamma_3)'\Delta_2(\Gamma_1 D_{1,t}\Gamma_2)\} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_5/(b_2+b_5) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_6/(b_4+b_6) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \end{aligned} \tag{A.6.1.5}$$

zodat

$$\tilde{D}_1^2 = 0, \qquad (A.6.1.6)$$

waarmee (6.2.5) aangetoond is.
De uitschrijving van het product $A_{2,t}A_{4,t}^{-1}A_{2,t}'$ levert

$A_{2,t}A_{4,t}^{-1}A_{2,t}' =$

$$\begin{bmatrix}
\{2(b_2^2+\psi_1^2 b_7\cdot(b_2+b_5)\}/(b_2+b_5) & 2b_2 & 2\psi_1 b_7\psi_2 & 2\psi_1 b_7\psi_3 & 2\psi_1 b_7 & 0 \\
2b_2 & 2(b_2+b_5) & 0 & 0 & 0 & 0 \\
2\psi_1 b_7\psi_2 & 0 & \{(b_4+b_6)(4b_2b_7\psi_2^2+b_2b_1+4b_7\psi_2^2b_5+b_5b_1)+4b_4^2(b_2+b_5)\}/\{2(b_2b_4+b_2b_6+b_5b_4+b_5b_6\} & \{4b_7\psi_2\psi_3+b_1+4b_4\}/2 & 2b_7\psi_2 & 0 \\
2\psi_1 b_7\psi_3 & 0 & \{4b_7\psi_2\psi_3+b_1+4b_4\}/2 & \{4b_7\psi_3^2+b_1+4b_4+4b_6+4\varphi_{1,t}^2 b_8\}/2 & 2b_7\psi_3 & 2\varphi_{1,t}b_8(a-1) \\
2\psi_1 b_7 & 0 & 2b_7\psi_2 & 2b_7\psi_3 & 2b_7 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 2\varphi_{1,t}b_8(a-1) & 0 & 2b_8(a-1)^2
\end{bmatrix} \qquad (A.6.1.7)$$

Invoeging van (A.6.1.7) in $\tilde{A}_1 = A_{1,t} - A_{2,t}A_{4,t}^{-1}A_{2,t}'$ geeft

$$\tilde{A}_1 = \begin{bmatrix}
\frac{2b_2b_5}{b_2+b_5} & & & & & \\
& 0 & & & \varnothing & \\
& & \frac{2b_4b_6}{b_4+b_6} & & & \\
& & & 0 & & \\
& \varnothing & & & 0 & \\
& & & & & 0
\end{bmatrix} \qquad (A.6.1.8)$$

Voor het product $\tilde{D}_1'\tilde{A}_1$ geldt nu

$$\tilde{D}_1'\tilde{A}_1 = 0, \tag{A.6.1.9}$$

waarmee ook (6.2.6) aangetoond is.

# Appendix 6.2

De oplossing van het kwadratische programmeringsvraagstuk uit paragraaf 2

Het kwadratische deel van de criteriumfunctie (6.2.1) bevat zowel zuivere kwadraten als kruistermen in de toestands- en beslissingsvariabelen. Omdat de oplossingsmethode inzichtelijker is, wanneer de kwadratische term enkel uit zuivere kwadraten is samengesteld, transformeren we de criteriumfunctie zo, dat deze enkel zuivere kwadraten in de (getransformeerde) toestands- en stuurvariabelen bevat. Na de bepaling van de oplossing van het (getransformeerde) beslissingsvraagstuk transformeren we deze vervolgens terug in de termen van de oorspronkelijke toestands- en beslissingsvariabelen.
Met als transformatiematrix, $Tr_t$,

$$Tr_t = A_{2,t}A_{4,t}^{-1}$$

en met

$$\tilde{A}_1 = A_{1,t} - A_{2,t}A_{4,t}^{-1}A'_{2,t}$$

$$\tilde{A}_{4,t} = A_{4,t}$$

geldt, dat

$$\begin{bmatrix} A_{1,t} & A_{2,t} \\ A'_{2,t} & A_{4,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & Tr_t \\ \emptyset & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{A}_1 & \emptyset \\ \emptyset & \tilde{A}_{4,t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & \emptyset \\ Tr'_t & I \end{bmatrix}, \qquad \text{(A.6.2.1)}$$

zodat er sprake is van een blok-diagonaalstructuur. Het bestaan van de inverse van $A_{4,t}$ is daarbij gegarandeerd, doordat $A_{4,t}$ als gevolg van de wijze waarop het kwadratische deel van de uitgaven gespecificeerd werd, van volledige rang is.
De vectoren van toestands- en beslissingsvariabelen $R_{t-1}$ en $S_t$ worden als volgt getransformeerd

$$\tilde{R}_{t-1} = R_{t-1}$$

$$\tilde{S}_t = S_t + A_{4,t}^{-1}A'_{2,t}R_{t-1} \qquad (A.6.2.2)$$

Op basis van (A.6.2.1) en (A.6.2.2) geldt nu

$$[R'_{t-1}\ S'_t]\begin{bmatrix} A_{1,t} & A_{2,t} \\ A'_{2,t} & A_{4,t} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} R_{t-1} \\ S_t \end{bmatrix} = \tilde{R}'_{t-1}\tilde{A}_1\tilde{R}_{t-1} + \tilde{S}'_t\tilde{A}_{4,t}\tilde{S}_t, \qquad (A.6.2.3)$$

zodat er sprake is van zuivere kwadraten in de (getransformeerde) toestands- en beslissingsvariabelen.
Het stelsel bewegingsvergelijkingen (6.2.2) gaat met deze transformatie over in

$$\tilde{R}_t = \tilde{D}_1\tilde{R}_{t-1} + \tilde{D}_{2,t}\tilde{S}_t, \qquad (A.6.2.4)$$

waarin

$$\tilde{D}_1 = D_{1,t} - D_{2,t}A_{4,t}^{-1}A'_{2,t}$$

$$\tilde{D}_{2,t} = D_{2,t}$$

De vectoren $\left[\prod_{j=1}^{t}(1+i_j)\right]^{-1}P_{1r,t}$, $\left[\prod_{j=1}^{t}(1+i_j)\right]^{-1}P_{1s,t}$, $\left[\prod_{j=1}^{T}(1+i_j)\right]^{-1}P_{1r,T+1}$ worden

$$\tilde{P}'_{r,t} = \left[\prod_{j=1}^{t}(1+i_j)\right]^{-1}\{P'_{1r,t} - P'_{1s,t}A_{4,t}^{-1}A'_{2,t}\}$$

$$\tilde{P}'_{s,t} = \left[\prod_{j=1}^{t}(1+i_j)\right]^{-1}\{P'_{1s,t}\}$$

$$\tilde{P}'_{r,T+1} = \left[\prod_{j=1}^{T}(1+i_j)\right]^{-1}\{P'_{1r,T+1}\} \qquad (A.6.2.5)$$

Met (A.6.2.2), (A.6.2.3) en (A.6.2.5) kan de criteriumfunctie (6.2.1) als volgt geschreven worden

$$\max_{\tilde{S}_1,\dots,\tilde{S}_T} F_3 = \sum_{t=1}^{T} \beta^t\{\tilde{P}'_{r,t}\tilde{R}_{t-1} - \frac{1}{2}\tilde{R}'_{t-1}\tilde{A}_1\tilde{R}_{t-1}\} +$$

$$+ \sum_{t=1}^{T} \beta^t\{\tilde{P}'_{s,t}\tilde{S}_t - \frac{1}{2}\tilde{S}'_t\tilde{A}_{4,t}\tilde{S}_t\} + \beta^T\{\tilde{P}'_{r,T+1}\tilde{R}_T\} \qquad (A.6.2.6)$$

In appendix 6.1 bij dit hoofdstuk is aangetoond dat

$$\tilde{D}_1^2 = 0 \qquad (A.6.2.7)$$

en dat

$$\tilde{D}'_1\tilde{A}_1 = 0 \qquad (A.6.2.8)$$

Met gebruikmaking van deze twee kenmerken kan de oplossing van het in paragraaf 2 geformuleerde kwadratische programmeringsvraagstuk nu op eenvoudige wijze worden bepaald.
Met gebruik van (A.6.2.7) herschrijven we allereerst het stelsel bewegingsvergelijkingen (A.6.2.4) in termen van, uitsluitend, de (gegeven) uitgangstoestand en de (getransformeerde) beslissingsvariabelen.

$$\tilde{R}_t = \tilde{D}_1\tilde{R}_{t-1} + \tilde{D}_{2,t}\tilde{S}_t$$

$$= \tilde{D}_1\{\tilde{D}_1\tilde{R}_{t-2} + \tilde{D}_{2,t-1}\tilde{S}_{t-1}\} + \tilde{D}_{2,t}\tilde{S}_t$$

$$= \tilde{D}_1\tilde{D}_{2,t-1}\tilde{S}_{t-1} + \tilde{D}_{2,t}\tilde{S}_t, \quad t = 2,\dots,T$$

$$\tilde{R}_1 = \tilde{D}_1\bar{R}_0 + \tilde{D}_{2,1}\tilde{S}_1 \qquad (A.6.2.9)$$

De substitutie van $\tilde{R}_t$ in de eerste en de derde component van (A.6.2.6) door (A.6.2.9) levert

$$\sum_{t=1}^{T} \beta^t\{\tilde{P}'_{r,t}\tilde{R}_{t-1} - \frac{1}{2}\tilde{R}'_{t-1}\tilde{A}_1\tilde{R}_{t-1}\} + \beta^T\{\tilde{P}'_{r,T+1}\tilde{R}_T\} =$$

$$\beta\{-\frac{1}{2}\bar{R}'_0\tilde{A}_1\bar{R}_0 + \tilde{P}'_{r,1}\bar{R}_0\} +$$

$$+ \beta^2\{-\frac{1}{2}(\tilde{D}_1\bar{R}_0 + \tilde{D}_{2,1}\tilde{S}_1)'\tilde{A}_1(\tilde{D}_1\bar{R}_0 + \tilde{D}_{2,1}\tilde{S}_1) + \tilde{P}'_{r,2}(\tilde{D}_1\bar{R}_0 + \tilde{D}_{2,1}\tilde{S}_1)\} +$$

$$+ \sum_{t=3}^{T} \beta^t\{-\frac{1}{2}(\tilde{D}_1\tilde{D}_{2,t-2}\tilde{S}_{t-2}+\tilde{D}_{2,t-1}\tilde{S}_{t-1})'\tilde{A}_1(\tilde{D}_1\tilde{D}_{2,t-2}\tilde{S}_{t-2}+\tilde{D}_{2,t-1}\tilde{S}_{t-1}) +$$

$$+ \tilde{P}'_{r,t}(\tilde{D}_1\tilde{D}_{2,t-2}\tilde{S}_{t-2}+\tilde{D}_{2,t-1}\tilde{S}_{t-1})\} + \beta^T\{\tilde{P}'_{r,T+1}(\tilde{D}_1\tilde{D}_{2,T-1}\tilde{S}_{T-1}+\tilde{D}_{2,T}\tilde{S}_T)\}$$

(A.6.2.10)

Gebruik makend van (A.6.2.8) kan (A.6.2.10) worden herschreven tot

$$\beta\{-\frac{1}{2}\bar{R}'_0\tilde{A}_1\bar{R}_0 + \tilde{P}'_{r,1}\bar{R}_0\} + \beta^2\{-\frac{1}{2}(\tilde{D}_{2,1}\tilde{S}_1)'\tilde{A}_1(\tilde{D}_{2,1}\tilde{S}_1) +$$

$$+ \tilde{P}'_{r,2}(\tilde{D}_1\bar{R}_0 + \tilde{D}_{2,1}\tilde{S}_1)\} + \sum_{t=3}^{T} \beta^t\{-\frac{1}{2}(\tilde{D}_{2,t-1}\tilde{S}_{t-1})'\tilde{A}_1(\tilde{D}_{2,t-1}\tilde{S}_{t-1}) +$$

$$+ \tilde{P}'_{r,t}(\tilde{D}_1\tilde{D}_{2,t-2}\tilde{S}_{t-2}+\tilde{D}_{2,t-1}\tilde{S}_{t-1})\} + \beta^T\{\tilde{P}'_{r,T+1}(\tilde{D}_1\tilde{D}_{2,T-1}\tilde{S}_{T-1}+\tilde{D}_{2,T}\tilde{S}_T)\}$$

(A.6.2.11)

Substitutie van (A.6.2.11) in (A.6.2.6) en hergroepering geeft het kwadratische programmeringsvraagstuk uitsluitend in termen van de (gegeven) uitgangstoestand en de (getransformeerde) beslissingsvariabelen.

$$F_3 = \beta\{-\frac{1}{2}\bar{R}'_0\tilde{A}_1\bar{R}_0\} + \{\beta\,\tilde{P}'_{r,1} + \beta^2\tilde{P}'_{r,2}\tilde{D}_1\}\bar{R}_0 +$$

$$+ \sum_{t=1}^{T-2} \beta^t\{-\frac{1}{2}\tilde{S}'_t(\tilde{A}_{4,t}+\beta\,\tilde{D}'_{2,t}\tilde{A}_1\tilde{D}_{2,t})\tilde{S}_t + (\tilde{P}'_{s,t}+\beta\,\tilde{P}'_{r,t+1}\tilde{D}_{2,t} +$$

$$+ \beta^2\tilde{P}'_{r,t+2}\tilde{D}_1\tilde{D}_{2,t})\tilde{S}_t\} +$$

$$+ \beta^{T-1}\{-\frac{1}{2}\tilde{S}'_{T-1}(\tilde{A}_{4,T-1}+\beta\,\tilde{D}'_{2,T-1}\tilde{A}_1\tilde{D}_{2,T-1})\tilde{S}_{T-1} +$$

$$+ (\tilde{P}'_{s,T-1}+\beta\,\tilde{P}'_{r,T}\tilde{D}_{2,T-1}+\beta\,\tilde{P}'_{r,T+1}\tilde{D}_1\tilde{D}_{2,T-1})\tilde{S}_{T-1}\} +$$

$$+ \beta^T\{-\frac{1}{2}\tilde{S}'_T\tilde{A}_{4,T}\tilde{S}_T + (\tilde{P}'_{s,T} + \tilde{P}'_{r,T+1}\tilde{D}_{2,T})\tilde{S}_T\} \qquad (A.6.2.12)$$

Met

$$Q_t = \widetilde{A}_{4,t} + \beta\, \widetilde{D}'_{2,t}\widetilde{A}_1\widetilde{D}_{2,t},$$

$$Q_T = \widetilde{A}_{4,T}$$

$$W'_t = \widetilde{P}'_{s,t} + \beta\, \widetilde{P}'_{r,t+1}\widetilde{D}_{2,t} + \beta^2\widetilde{P}'_{r,t+2}\widetilde{D}_1\widetilde{D}_{2,t},\ t = 1,\dots,T-2$$

$$W'_{T-1} = \widetilde{P}'_{s,T-1} + \beta\, \widetilde{P}'_{r,T}\widetilde{D}_{2,T-1} + \beta\, \widetilde{P}'_{r,T+1}\widetilde{D}_1\widetilde{D}_{2,T-1}$$

$$W'_T = \widetilde{P}'_{s,T} + \widetilde{P}'_{r,T+1}\widetilde{D}_{2,T} \qquad \text{(A.6.2.13)}$$

gaat (A.6.2.12) over in

$$F_3 = \beta\{-\tfrac{1}{2}\,\bar{R}'_0\widetilde{A}_1\bar{R}_0\} + \{\beta\,\widetilde{P}'_{r,1} + \beta^2\widetilde{P}'_{r,2}\widetilde{D}_1\}\bar{R}_0 + $$
$$+ \sum_{t=1}^{T-1} \beta^t\{-\tfrac{1}{2}\,\widetilde{S}'_tQ_t\widetilde{S}_t + W'_t\widetilde{S}_t\} + \beta^T\{-\tfrac{1}{2}\,\widetilde{S}'_TQ_T\widetilde{S}_T + W'_T\widetilde{S}_T\} \qquad \text{(A.6.2.14)}$$

De eerste orde voorwaarden voor een maximum van (A.6.2.14) en dus van (6.2.1) onder de voorwaarden (6.2.2) en (6.2.3), worden gegeven door

$$\frac{\partial F_3}{\partial \widetilde{S}_t} = 0,\ t = 1,\dots,T \qquad \text{(A.6.2.15)}$$

ofwel

$$Q_t.\widetilde{S}_t = W_t,\ t = 1,\dots,T-1$$

$$Q_T.\widetilde{S}_T = W_T \qquad \text{(A.6.2.16)}$$

Uit (A.6.2.16) volgt dat $\widetilde{S}_t$ zodanig gekozen moet worden dat

$$\widetilde{S}_t = Q_t^{-1}W_t,\ t = 1,\dots,T-1$$

$$\widetilde{S}_T = Q_T^{-1}W_T \qquad \text{(A.6.2.17)}$$

Het bestaan van $Q_t^{-1}$ wordt in appendix 6.3 aangetoond.

Transformeren we $\tilde{S}_t$ terug tot de oorspronkelijke stuurvariabelen m.b.v.

$$S_t = \tilde{S}_t - A_{4,t}^{-1}A'_{2,t}R_{t-1}, \quad t = 1,\ldots,T \qquad (A.6.2.18)$$

dan wordt de optimale instelling van de stuurvariabelen gegeven door

$$S_t = -A_{4,t}^{-1}A'_{2,t}R_{t-1} + Q_t^{-1}W_t, \quad t = 1,\ldots,T-1$$

$$S_T = -A_{4,T}^{-1}A'_{2,T}R_{T-1} + Q_T^{-1}W_T \qquad (A.6.2.19)$$

Omdat de veehouder in periode 1 alleen een beslissing hoeft te nemen over de hoogte van de investeringen in periode 1, is in periode 1 van het stelsel (A.6.2.19) alleen $S_1$ voor hem van belang. De beslissingen in de tweede en volgende perioden worden nl. niet genomen op basis van de inzichten en informatie van periode 1, doch op grond van de dan bestaande inzichten en de dan beschikbare informatie. Vanwege de identieke structuur van deze beslissingsvraagstukken kan voor de bepaling van de oplossing ervan dezelfde methode worden gevolgd als hierboven is gegeven voor de eerste periode.

# Appendix 6.3

De matrix $Q_t^{-1}$

Volgens (A.6.2.19) wordt de optimale instelling van de stuurvariabelen gegeven door

$$
\begin{aligned}
S_t &= -A_{4,t}^{-1}A'_{2,t}R_{t-1} + Q_t^{-1}W_t, \quad t = 1,\dots,T-1 \\
S_T &= -A_{4,T}^{-1}A'_{2,T}R_{T-1} + Q_T^{-1}W_T
\end{aligned}
\qquad \text{(A.6.3.1)}
$$

met $Q_t$, $Q_T$, $W_t$ en $W_T$ gedefinieerd in (A.6.2.13).
De uitschrijving van $A_{4,t}^{-1}A'_{2,t}$ levert het volgende resultaat.

$A_{4,t}^{-1}A'_{2,t} =$

$$
\begin{bmatrix}
0 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\
-\frac{b_2}{b_2+b_5} & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -\frac{b_4}{b_4+b_6} & -1 & 0 & 0 \\
\begin{array}{c}\{\psi_1(b_2+b_5) + \\ -b_2\psi_5\}/ \\ \{\psi_8(b_2+b_5)\}\end{array} & -\frac{\psi_5}{\psi_8} & \begin{array}{c}\{(2\psi_2-\psi_4)\cdot \\ (b_4+b_6) + \\ -2b_4\psi_7\}/ \\ \{2\psi_8(b_4+b_6)\}\end{array} & \frac{\{2\psi_3-\psi_4-2\psi_7\}}{2\psi_8} & \frac{1}{\psi_8} & 0 \\
\begin{array}{l}-\{\varphi_{4,t}(b_2\psi_1 \\ -b_2\psi_5+\psi_1b_5)\}/ \\ \{\psi_8\varphi_5(b_2+b_5)\}\end{array} & +\frac{\psi_5\varphi_{4,t}}{\psi_8\varphi_5} & \begin{array}{l}-\{(2\psi_2\varphi_{4,t}-\psi_4\varphi_{4,t})\cdot \\ (b_4+b_6) - 2b_4\cdot \\ (\psi_7\varphi_{4,t}-\psi_8\psi_3)\}/ \\ \{2\psi_8\varphi_5(b_4+b_6)\}\end{array} & \begin{array}{l}-\{\varphi_{4,t}(2\psi_3-\psi_4+ \\ -2\psi_7)+2\psi_8(\varphi_{1,t}+ \\ +\varphi_{3,t})\}/\{2\psi_8\varphi_5\}\end{array} & -\frac{\varphi_{4,t}}{\psi_8\varphi_5} & -\frac{a-1}{\varphi_5}
\end{bmatrix}
$$

(A.6.3.2)

De substitutie van $A_{4,t}$ door de daarvoor gegeven uitdrukking in (A.6.1.1) in de matrix $Q_t$ levert

$$Q_t = A_{4,t} + \beta\, D_{2,t}'(A_{1,t} - A_{2,t}A_{4,t}^{-1}A_{2,t}')D_{2,t}$$

$$= D_{2,t}'(\Delta_1 + \Delta_2)D_{2,t} + \beta\, D_{2,t}'(A_{1,t} - A_{2,t}A_{4,t}^{-1}A_{2,t}')D_{2,t}$$

$$= D_{2,t}'\{\Delta_1 + \Delta_2 + \beta(A_{1,t} - A_{2,t}A_{4,t}^{-1}A_{2,t}')\}D_{2,t} \qquad \text{(A.6.3.3)}$$

Inspectie van de gedaanten van $\Delta_1, \Delta_2$ en (A.6.1.6) leert, dat de matrix $\{\Delta_1 + \Delta_2 + \beta(A_{1,t} - A_{2,t}A_{4,t}^{-1}A_{2,t}')\}$ van volledige rang is, zodat de inverse ervan, en dus ook de inverse van $Q_t$, bestaat:

$$Q_t^{-1} = D_{2,t}^{-1}\{\Delta_1 + \Delta_2 + \beta(A_{1,t} - A_{2,t}A_{4,t}^{-1}A_{2,t}')\}^{-1}(D_{2,t}')^{-1} \qquad \text{(A.6.3.4)}$$

M.b.v. (A.6.1.3) en (A.6.1.6) kan $Q_t^{-1}$ nu uitgeschreven worden. Omdat de weergave van de uitdrukking voor $Q_t^{-1}$ veel ruimte vergt, zullen we deze matrix echter niet uitschrijven.

## Literatuur


1. W. van Hulst, De vervanging van duurzame productiemiddelen, Stenfert Kroese, Leiden, 1973.

   P.A. Verheyen, Economic Interpretation of Models for the Replacement of Machines, European Journal of Operational Research, 1978.

2. Zie voor een vergelijkbare aanpak bijv.:

   J.P. Chavas and R.M. Klemme, Aggregate Milk Supply Response and Investment Behavior on U.S. Dairy Farms, American Journal of Agricultural Economics, 1986.

   M. Nerlove, D.M. Grether, J.L. Carvalho, Analysis of Economic Time Series, A Synthesis, Academic Press, New York, 1979, ch. 14.

3. J. Roemen, Van koetjes en kalfjes 2, Reeks ter Discussie, Katholieke Hogeschool Tilburg, 1982.

4. J. van Daal and A.H.Q.M. Merkies, Aggregation in Economic Research, Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1984.

5. Verg. bijv.: Van bedrijfsuitkomsten tot financiële positie; Samenvattend overzicht van landbouwbedrijven tot en met 1985/86, Periodieke rapportage 13-1985/86, LEI, 1987.

# 7. De berekening van de instroom van vaarzen

## § 0. Inleiding

In hoofdstuk 6 is een beslissingsregel voor de bruto- en netto-investeringen in melkkoeien op jaarbasis afgeleid. Omdat in Nederland de instroom van vaarzen in de melkveestapel niet als zodanig geregistreerd wordt, is statistisch onderzoek op basis van deze regel eerst mogelijk, wanneer gegevens t.a.v. deze grootheid gegenereerd kunnen worden. In paragraaf 1 wordt nu een balansopstelling ontwikkeld waarmee de daarvoor benodigde gegevens berekend kunnen worden. Het betreft hier een opstelling op jaarbasis, zodat bij een in beschouwing genomen periode van vijftien jaren vijftien waarnemingen t.a.v. de te verklaren variabele beschikbaar komen. Omdat dit aantal in vergelijking met het aantal verklarende variabelen bescheiden is, is nagegaan of niet een groter aantal waarnemingen t.a.v. de te verklaren variabele kon worden verkregen. Door de investeringsperiode bijv. als een half i.p.v. een vol jaar te kiezen verdubbelt cet. par. het aantal waarnemingen t.a.v. de te verklaren variabele.
De berekening van de instroom van vaarzen voor een investeringsperiode van een half jaar is als gevolg van de inrichting van de beschikbare data echter niet mogelijk m.b.v. de in paragraaf 1 behandelde balansopstelling. In paragraaf 2 wordt daarom een methode ontwikkeld waarmee een dergelijke berekening in principe wel kan worden uitgevoerd. De kern van deze berekeningswijze wordt gevormd door een model waarmee de ontwikkeling van de omvang en samenstelling van een nationale rundveestapel wordt beschreven. Omdat deze ontwikkeling bepaald wordt door factoren van biologische en economische aard, wordt dit model aangevuld met de informatie waarover we dienaangaande beschikken. De opneming van deze informatie resulteert in voorwaarden t.a.v. de betrekkingen die tussen de modelparameters bestaan. Deze parameters worden berekend door het programmeringsvraagstuk op te lossen waarin deze voorwaarden zijn opgenomen.
Aangezien de kwaliteit van de berekening van de instroom volgens de ba-

lansopstelling bekend is, kan de adequaatheid van de in paragraaf 2 ontwikkelde berekeningswijze beoordeeld worden door de volgens deze methode berekende instroom te vergelijken met die uit paragraaf 1.
Paragraaf 3 tenslotte geeft de conclusie.

## § 1. De instroom van vaarzen bepaald m.b.v. een balansopstelling

Voor de berekening van de instroom van vaarzen in de nationale melkveestapel staan gegevens uit een vijftal bronnen ter beschikking. Allereerst is er voor de beschouwde periode, 1969/70 t/m 1983/84, de maandelijkse (vanaf 1980 driemaandelijkse) statistiek m.b.t. de, op basis van een steekproef berekende, omvang en samenstelling van de nationale rundveestapel [1]. In deze statistiek worden de volgende categorieën rundvee onderscheiden:

1. Melkgevende koeien
2. Droogstaande, drachtige koeien
3. Gedekt jongvee
4. Ander rundvee voor de fokkerij
5. Mestvee

Binnen de categorie mestvee worden nog onderscheiden mestkalveren en ander jongvee voor de mesterij en binnen het ander rundvee bestemd voor de fokkerij de dieren die jonger dan één jaar zijn. I.t.t. de categorieën 1 t/m 3 omvat 4 daarbij zowel mannelijke als vrouwelijke dieren. Doordat onder categorie 5 excl. de mestkalveren en het andere jongvee voor de mesterij, de niet tot het jongvee gerekende ossen worden geregistreerd alsmede die koeien die niet langer gemolken worden, maar, alvorens geslacht te worden, vetgeweid of vetgemest worden, kan gesproken worden van een sluitende bestandsopname van de nationale rundveestapel.
Behalve deze tijdstipgegevens publiceert het CBS op maandbasis een statistiek m.b.t. het verrichte aantal slachtingen van rundvee [1]. Daarbij wordt de volgende indeling aangehouden:

1. Koeien
2. "Vaarzen"
3. Ossen
4. Stieren
5. Kalveren, onderverdeeld naar gras-, vette en nuchtere kalveren

De tweede categorie, "vaarzen", staat tussen aanhalingstekens, omdat deze niet samenvalt met ons begrip vaarzen, doch ruimer is.
Dan is er de maandstatistiek m.b.t. de im- en export van levend rundvee waarin de volgende categorieën onderscheiden worden [2]:

1. Fokvee van zuiver ras
2. Kalveren
3. Stieren
4. Ossen
5. "Vaarzen"
6. Koeien

De in deze twee statistieken gehanteerde categorieënindeling sluit daarmee slechts zeer ten dele aan op de voor de (drie)maandelijkse bestandsopneming aangehouden indeling. Zo geldt bijv. dat de categorie geslachte koeien niet alleen dieren bevat die afkomstig zijn uit de categorie mestvee, maar ook dieren afkomstig uit de categorie melkgevende en droogstaande, drachtige koeien. De afzonderlijke bijdrage van elk van deze drie bronnen aan de vulling van de categorie geslachte koeien is echter niet aan te geven. Evenmin kan dat gedaan worden voor een categorie "vaarzen" of bijv. kalveren in de stroomstatistiek. Voor een deel zijn de geslachte kalveren afkomstig uit de categorie ander rundvee voor de fokkerij, doch een deel stamt uit de categorie mestvee.
Dat geldt ook voor de door de Veterinaire Hoofdinspectie van de Volksgezondheid gepubliceerde data m.b.t. het aantal destructies van rundvee [3]. Daarbij worden alleen onderscheiden als categorieën:

1. Runderen
2. Kalveren
3. Nuchtere kalveren

Tenslotte zijn er de gegevens uit de jaarlijkse meitelling, waarbij de omvang en samenstelling van de rundveestapel niet op basis van een steekproef, maar via een integrale telling wordt bepaald [1]. De indeling die daarbij gehanteerd wordt, is fijner dan die welke gebruikt wordt voor de (drie)maandelijkse bestandsopneming. De in deze telling onderscheiden vier categorieën worden daarin opgesplitst naar geslacht (M/V) en leeftijd volgens het hieronder opgenomen schema [1a]. Voor de mestkalveren wordt echter geen uitsplitsing naar geslacht gegeven.

Schema 7.1.1 De in de meitelling onderscheiden categorieën rundvee

<table>
<tr><th colspan="2" rowspan="2"></th><th colspan="2">Jonger dan één jaar</th><th colspan="2">Van één tot twee jaar</th><th colspan="2">Ouder dan twee jaar</th></tr>
<tr><th>M</th><th>V</th><th>M</th><th>V</th><th>M</th><th>V</th></tr>
<tr><td colspan="2">Jongvee (geen mest- of weidevee)</td><td>X</td><td>X</td><td></td><td>X</td><td></td><td>X</td></tr>
<tr><td colspan="2">Melk- en kalfkoeien</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>X</td></tr>
<tr><td colspan="2">Stieren van één jaar en ouder</td><td></td><td></td><td>X</td><td></td><td>X</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">Mest- en weidevee</td><td>Mestkalveren</td><td colspan="2">X</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Jongvee voor de mesterij (incl. ossen)</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td></tr>
<tr><td>Mest- en weidekoeien</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>X</td></tr>
</table>

De berekening van de ons interesserende grootheid, de instroom van vaarzen in de melkveestapel, kan nu uitgevoerd worden, wanneer de beschikbare stroom- en tijdstipgegevens sluitend gekoppeld kunnen worden. Vanwege de verschillen in categorieënindeling is het zonder nadere veronderstellingen niet mogelijk de maandelijkse bestandsopname te koppelen aan de beschikbare stroomgegevens. De meitelling met haar zoveel fijnere opdeling laat echter een zodanige hergroepering toe, dat een goede aansluiting van stroom- op tijdstipgegevens wordt verkregen. Ofschoon in de praktijk van de registratie van slachtingen, destructies en im- en export de categorieën kalf, "vaars", koe en stier wellicht niet steeds strikt t.o.v. elkaar worden onderscheiden, mag, afgaande op het gemiddeld geslachte gewicht [1] of het gemiddeld met een transactie gemoeide bedrag [2], aangenomen worden, dat in deze statistieken onder de categorie kalveren dieren met een leeftijd van ten hoogste één jaar geregistreerd worden, onder koeien dieren die tenminste één maal gekalfd hebben, onder "vaarzen" het overig vrouwelijk rundvee en onder de categorie stieren meststieren d.w.z. dieren van tenminste één jaar. Door nu de bestandsgegevens uit de meitelling te hergroeperen volgens de vier categorieën

1. Rundvee jonger dan één jaar
2. Stieren ouder dan één jaar
3. Koeien
4. Overig vrouwelijk rundvee,

sluiten deze tijdstipgegevens zodanig op de beschikbare stroomgegevens aan, dat de ons interesserende grootheid als sluitpost uit een balansopstelling verkregen kan worden. In onderstaand viertal rekeningen is de daarbij gevolgde werkwijze samengevat. De qua aantal kleine categorieën, fokvee van zuiver ras uit de statistiek van de buitenlandse handel en de destructies van rundvee uit de statistiek van destructies, zijn daarbij opgenomen onder de categorie koeien, aangezien ons daarvan geen uitsplitsing bekend is.

Schema 7.1.2 De balansopstelling voor de berekening van de instroom van vaarzen

Stieren en ossen ouder dan één jaar

| | |
|---|---|
| Beginbestand | Slachtingen |
| Import | Export |
| + —— | |
| Van rundvee | |
| < 1 jaar | |
| | Eindbestand |
| + —— | + —— |

Koeien

| | |
|---|---|
| Beginbestand | Slachtingen |
| Import | Export |
| + —— | |
| | Destructies |
| Van overig | |
| vrouwelijk | |
| rundvee | Eindbestand |
| + —— | + —— |

Overig vrouwelijk rundvee

| | |
|---|---|
| Beginbestand | Slachtingen |
| Import | Export |
| + ——— | |
| | Eindbestand |
| | + ——— |
| Van rundvee | Naar |
| < 1 jaar | Koeien |
| + ——— | + ——— |

Rundvee jonger dan één jaar

| | |
|---|---|
| Beginbestand | Slachtingen |
| Import | Export |
| + ——— | |
| | Destructies |
| | |
| | Eindbestand |
| | + ——— |
| | Naar stieren |
| | en overig |
| | vrouwelijk |
| Geboorten | rundvee |
| + ——— | + ——— |

De ons interesserende grootheid, de instroom van de door ons als vaarzen aangeduide dieren in de melkveestapel, wordt nu gevormd door de sluitpost van de rekening overig vrouwelijk rundvee. Deze sluitpost resulteert uit de oplossing van bovenstaand vergelijkingenstelsel met de vier sluitposten geboorten en instroom in de resp. categorieën stieren en ossen ouder dan één jaar, koeien en overig vrouwelijk rundvee als onbekenden.

M.b.v. deze balansopstelling vinden we nu voor de instroom van vaarzen in de melkveestapel (en het aantal geboorten) onderstaande resultaten. Het berekende aantal geboorten is opgenomen, teneinde hiervan voor controledoeleinden gebruik te kunnen maken.

Tabel 7.1.1 Instroom van vaarzen (alsmede berekend aantal geboorten) voor de periode mei t/m april (in 1000)

| Jaar | Instroom vaarzen | Geboorten |
|---|---|---|
| 1970/71 | 598 | 2055 |
| 1971/72 | 565 | 2135 |
| 1972/73 | 575 | 2220 |
| 1973/74 | 600 | 2348 |
| 1974/75 | 689 | 2544 |
| 1975/76 | 642 | 2474 |
| 1976/77 | 619 | 2455 |
| 1977/78 | 632 | 2508 |
| 1978/79 | 684 | 2510 |
| 1979/80 | 711 | 2637 |
| 1980/81 | 770 | 2724 |
| 1981/82 | 801 | 2819 |
| 1982/83 | 807 | 2892 |
| 1983/84 | 805 | 2935 |
| 1984/85 | 777 | 2912 |

Opgemerkt zij, dat het bovenstaande resultaat in overeenstemming is met dat van eerdere onderzoekingen die zowel qua doel als qua opzet van het onderhavige verschilden. Zo geldt bijv., dat de vervangingsbehoefte bij een geschatte gemiddelde productieve levensduur voor melkkoeien van omstreeks vier jaar ongeveer 25% bedraagt, zodat het aantal instromende vaarzen in een jaar omstreeks een kwart van de omvang van het gemiddeld op jaarbasis aanwezige melkveebestand moet bedragen, wil de populatie op peil blijven [4]. Neemt de omvang van de populatie toe, zoals in de onderhavige situatie, dan zal de instroom zelfs tenminste 25% moeten bedragen. In een aantal onderzoeken is verder geconstateerd, dat de verhouding tussen het gemiddeld op jaarbasis op een bedrijf aanwezige aantal melkkoeien en het aantal geboren kalveren omstreeks 1,1 bedraagt [5], verg. ook [6]. De berekening van deze laatste ratio voor de onderhavige situatie levert waarden op die hoogstens enkele procenten van dit kengetal afwijken. Ook geldt dat de instroom van vaarzen steeds tenminste gelijk is aan de geschatte vervangingsbehoefte. Op basis daarvan hoeft nauwelijks betwijfeld te worden, dat een eventuele foutmarge op de hierboven gevonden resultaten hoogstens in een orde van grootte van enkele procenten zal liggen.

M.b.v. het hierboven gegenereerde gegevens kan nu een regressieanalyse uitgevoerd worden voor de in hoofdstuk 6 voor de instroom afgeleide beslissingsregel.

## § 2. De instroom van vaarzen bepaald m.b.v. een verdeelmodel

De in de vorige paragraaf gevolgde methode voor de berekening van de instroom van vaarzen levert vijftien waarnemingen t.a.v. de te verklaren variabele, in verhouding tot het aantal verklarende variabelen een bescheiden aantal. Meer waarnemingen t.a.v. de te verklaren variabele komen beschikbaar, wanneer de instroom berekend kan worden voor investeringsperioden van een half i.p.v. een vol jaar.
Wanneer het investeringsprobleem van de melkveehouder niet op een heel jaar, maar op een half jaar wordt gedefinieerd, verandert de gedaante van de inkomsten- en uitgavenfunctie alsmede het stelsel bewegingsvergelijkingen en dus ook de specificatie van de dan resulterende beslissingsregel. Op eenvoudige wijze kan echter bereikt worden dat ook voor een investeringsperiode van een half jaar het aantal verklarende variabelen behouden blijft.
De bepaling van de instroom op halfjaarbasis is echter niet mogelijk met een balansopstelling als in paragraaf 1 besproken. Zoals hiervóór is aangegeven, sluiten de maandelijkse bestandsgegevens nl. slechts ten dele aan op de maandelijkse stroomgegevens. In deze paragraaf ontwikkelen we daarom een berekeningswijze waarmee een dergelijke berekening in principe wel kan worden uitgevoerd. We formuleren daartoe een model voor de ontwikkeling naar omvang en samenstelling van een nationale rundveestapel [7]. Omdat aan dit model een verdelingsmechanisme ten grondslag ligt, noemen we het een verdeelmodel. Waar op de ontwikkeling van de rundveestapel factoren van biologische en economische aard inwerken - zo ligt bijv. tussen het moment van de succesvolle bevruchting van een rund en het tijdstip van afkalven een periode van om en nabij negen maanden -, wordt dit verdeelmodel aangevuld met de informatie waarover we in dat verband beschikken. De berekening van de instroom steunt zodoende zowel op data t.a.v. de

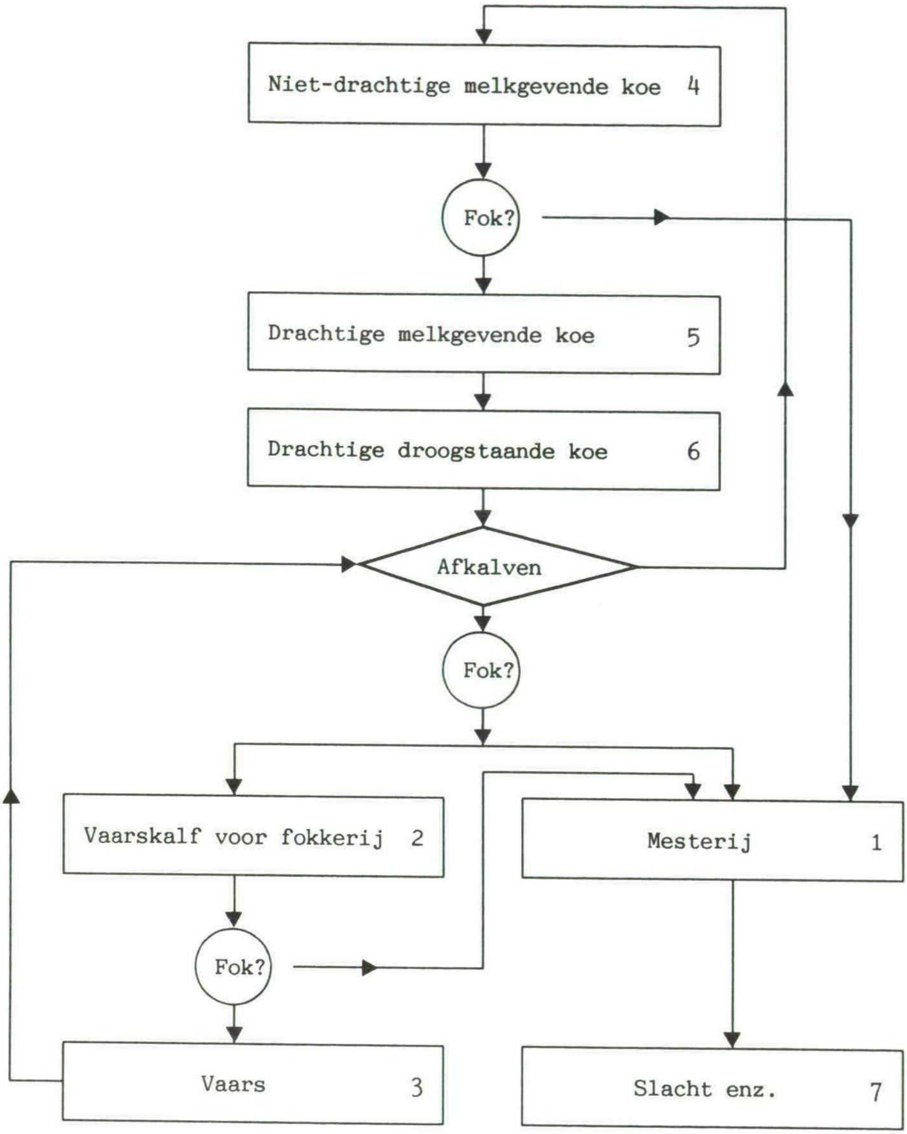
omvang en samenstelling van de rundveestapel als op een aantal feitelijkheden van biologische en economische aard. Na de ontwikkeling van een demonstratiemodel in paragraaf 2.1 volgt in paragraaf 2.2 de toespitsing van dit demonstratiemodel op de hier in beschouwing genomen situatie.In paragraaf 2.3 wordt het op 2.2 geënte programmeringsvraagstuk geformuleerd waarmee de parameters van het gebruikte model geschat worden en in paragraaf 2.4 tenslotte komt het resultaat van deze berekening aan de orde.

## § 2.1 Het demonstratiemodel

In het leven van een rund kunnen een aantal elkaar in de tijd opvolgende stadia of toestanden onderscheiden worden. Een voorbeeld van zo'n opdeling in stadia, iets minder gedetailleerd dan in hoofdstuk 2, levert figuur 7.2.1.1. Voor de ontwikkeling van het demonstratiemodel zullen we dit voorbeeld, waarin zeven toestanden worden onderscheiden, aanhouden. Omwille van de overzichtelijkheid van dit schema is de fokstiercategorie hierin niet weergegeven, evenmin als de uitstroom door sterfte of de instroom in de zeven stadia uit importen. Ook bij de verdere ontwikkeling van het demonstratiemodel blijft de instroom van geïmporteerd rundvee buiten beschouwing.

Spreekt de inhoud van de stadia voor zich, de cirkels in figuur 7.2.1.1 staan voor de momenten waar de rundveehouder een keuze moet maken uit de bestemmingen die aan een rund gegeven kunnen worden. De bovenste resp. onderste cirkel staan voor de keuze van handhaven van een melkkoe resp. vaarskalf in de fokrichting danwel afstoten naar de mesterijsector, terwijl met de middenste cirkel wordt aangegeven dat een uit geboorte beschikbaar gekomen kalf voor de mesterij- of de fokkerijsector kan worden bestemd.

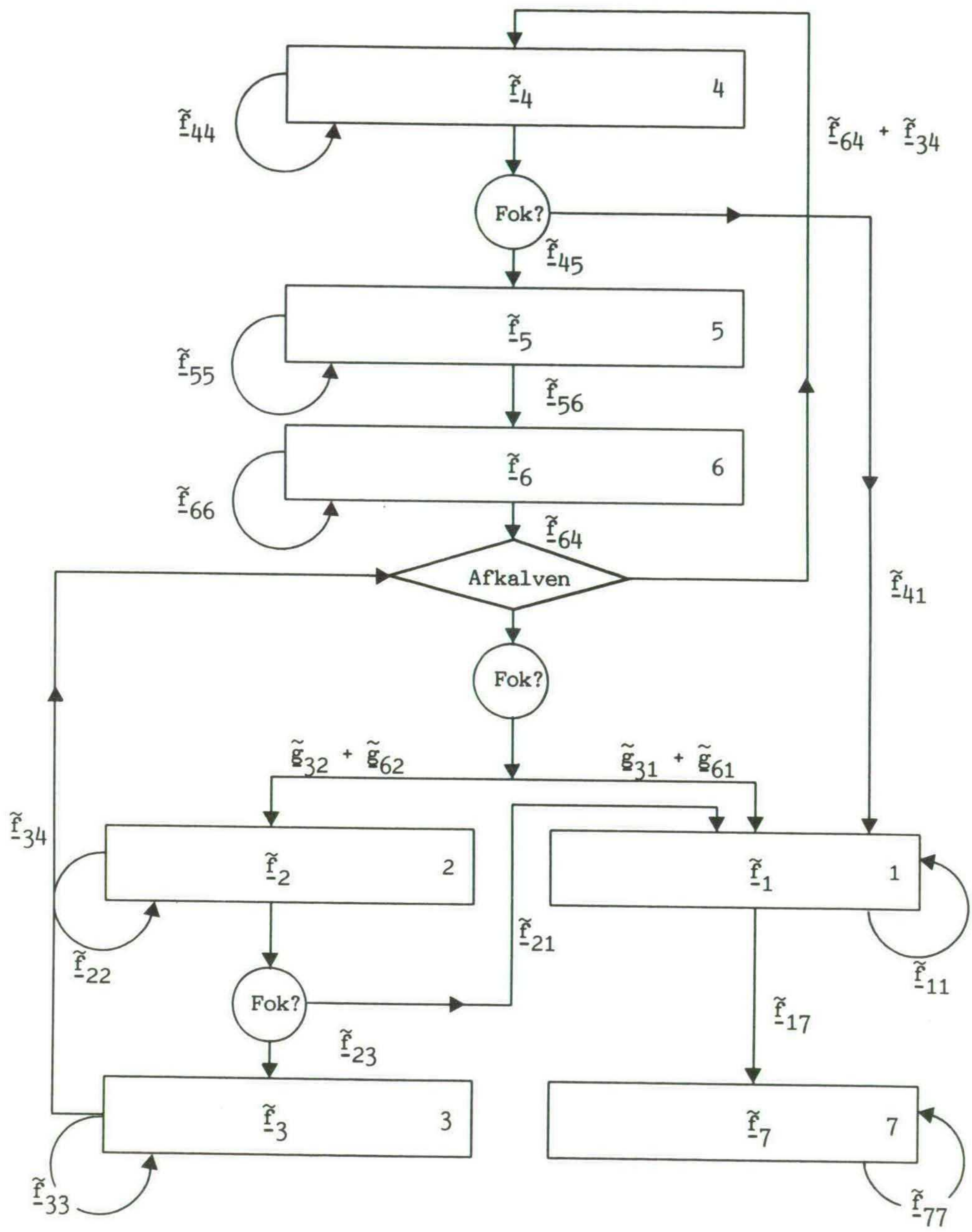
Figuur 7.2.1.1 Enkele biologische relaties binnen de rundveehouderij



De beweging van een rund over de zeven in figuur 7.2.1.1 onderscheiden stadia wordt bepaald door de beslissingen van de rundveehouder m.b.t. de inzet in en de afvoer uit een categorie alsmede de duur van de handhaving in een stadium. In deze beslissingen spelen overwegingen m.b.t. de (verwachte) rentabiliteit een doorslag gevende rol.

Laat nu de stochastische variabele $\tilde{\underline{f}}_j(t)$, $j = 1,\ldots,7$, staan voor het aantal stuks rundvee dat zich op tijdstip t in stadium j bevindt en $\tilde{\underline{f}}_{ij}(t)$, $i = 1,\ldots,7$, voor het aantal dieren dat op tijdstip t-1 in categorie i vertoeft en op tijdstip t in categorie j. Laat verder $\tilde{\underline{g}}_{31}(t)$ staan voor de in periode t uit vaarzen geboren kalveren die bestemd worden voor categorie 1 en laat $\tilde{\underline{g}}_{32}(t)$, $\tilde{\underline{g}}_{61}(t)$ en $\tilde{\underline{g}}_{62}(t)$ overeenkomstig gedefinieerd zijn. M.b.v. deze variabelen kan nu de ontwikkeling van, in dit geval, maand tot maand van het aantal dieren dat zich in elk van de zeven in figuur 7.2.1.1 onderscheiden stadia bevindt, worden weergegeven als in onderstaand schema. De tijdsindex is daarbij omwille van de inzichtelijkheid van de figuur weggelaten, evenals de uitstroom door sterfte.

Figuur 7.2.1.2 De ontwikkeling van de rundveestapel op basis van figuur 7.2.1.1



Weergegeven als stelsel vergelijkingen luidt figuur 7.2.1.2 met inachtneming van de uitval wegens sterfte en derg. als volgt

$$\tilde{\underline{f}}_1(t) = \tilde{\underline{f}}_{11}(t) + \tilde{\underline{f}}_{21}(t) + \tilde{\underline{f}}_{41}(t) + \tilde{\underline{g}}_{31}(t) + \tilde{\underline{g}}_{61}(t)$$

$$\tilde{\underline{f}}_2(t) = \tilde{\underline{f}}_{22}(t) + \tilde{\underline{g}}_{32}(t) + \tilde{\underline{g}}_{62}(t)$$

$$\tilde{\underline{f}}_3(t) = \tilde{\underline{f}}_{23}(t) + \tilde{\underline{f}}_{33}(t)$$

$$\tilde{\underline{f}}_4(t) = \tilde{\underline{f}}_{44}(t) + \tilde{\underline{f}}_{34}(t) + \tilde{\underline{f}}_{64}(t) \qquad t = 1,2,\ldots \qquad (7.2.1.1)$$

$$\tilde{\underline{f}}_5(t) = \tilde{\underline{f}}_{45}(t) + \tilde{\underline{f}}_{55}(t)$$

$$\tilde{\underline{f}}_6(t) = \tilde{\underline{f}}_{56}(t) + \tilde{\underline{f}}_{66}(t)$$

$$\tilde{\underline{f}}_7(t) = \sum_{i=1}^{7} \tilde{\underline{f}}_{i7}(t)$$

Daarbij geldt, dat $\tilde{\underline{f}}_{34}(t) = \tilde{\underline{g}}_{31}(t) + \tilde{\underline{g}}_{32}(t)$ en dat $\tilde{\underline{f}}_{64}(t) = \tilde{\underline{g}}_{61}(t) + \tilde{\underline{g}}_{62}(t)$, aangenomen althans dat per overgang vanuit de categorie vaars resp. droogstaande koe naar het stadium melkgevend één levend kalf beschikbaar komt.

Met

$$\tilde{\underline{F}}(t-1)' = [\tilde{\underline{f}}_1(t-1),\ \tilde{\underline{f}}_2(t-1),\ \tilde{\underline{f}}_3(t-1),\ \tilde{\underline{f}}_4(t-1),\ \tilde{\underline{f}}_5(t-1),\ \tilde{\underline{f}}_6(t-1),\ \tilde{\underline{f}}_7(t-1)]$$

$$\tilde{\underline{G}}(t)' = [\tilde{\underline{g}}_{31}(t) + \tilde{\underline{g}}_{61}(t),\ \tilde{\underline{g}}_{32}(t) + \tilde{\underline{g}}_{62}(t),\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0]$$

en $\tilde{M}(t)$ de matrix waarvan de elementen de kans op voortzetting van het verblijf in een stadium dan wel op wisseling van stadium specificeren voor de zeven in figuur 7.2.1.1 onderscheiden stadia in periode t met inbegrip van de kansen op afvoer uit deze stadia,

$$
\tilde{M}(t)=\begin{bmatrix}
\tilde{m}_{11}(t) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-\sum_{j=1}^{6}\tilde{m}_{1j}(t) \\
\tilde{m}_{21}(t) & \tilde{m}_{22}(t) & \tilde{m}_{23}(t) & 0 & 0 & 0 & 1-\sum_{j=1}^{6}\tilde{m}_{2j}(t) \\
0 & 0 & \tilde{m}_{33}(t) & \tilde{m}_{34}(t) & 0 & 0 & 1-\sum_{j=1}^{6}\tilde{m}_{3j}(t) \\
\tilde{m}_{41}(t) & 0 & 0 & \tilde{m}_{44}(t) & \tilde{m}_{45}(t) & 0 & 1-\sum_{j=1}^{6}\tilde{m}_{4j}(t) \\
0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{m}_{55}(t) & \tilde{m}_{56}(t) & 1-\sum_{j=1}^{6}\tilde{m}_{5j}(t) \\
0 & 0 & 0 & \tilde{m}_{64}(t) & 0 & \tilde{m}_{66}(t) & 1-\sum_{j=1}^{6}\tilde{m}_{6j}(t) \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix},
$$

$$t = 1,2,... \qquad (7.2.1.2)$$

kan nu de verwachte bezetting van de stadia op tijdstip t bepaald worden. Daarvoor maken we gebruik van het feit dat onder zeer algemene veronderstellingen voor twee simultaan verdeelde stochastische variabelen $(\underline{x},\underline{y})$ geldt, dat

$$E\{\underline{x}\} = E\{E\{\underline{x}|\underline{y} = y\}\} \qquad (7.2.1.3)$$

Gegeven dat de bezetting van de stadia op een tijdstip t-1 gelijk is aan $\tilde{F}(t-1)$ wordt de voorwaardelijke verwachting van de bezetting op tijdstip t, exclusief de instroom van uit de nationale fokveestapel geboren kalveren, gegeven door

$$E\{\underline{\tilde{F}}(t) - \underline{\tilde{G}}(t)|\tilde{F}(t-1)\} = \tilde{M}(t)'\tilde{F}(t-1) \qquad t = 1,2,... \qquad (7.2.1.4)$$

Gebruikmakend van (7.2.1.3) volgt voor de onvoorwaardelijke verwachting van de bezetting op tijdstip t

$$E\{\underline{\tilde{F}}(t) - \underline{\tilde{G}}(t)\} = E\{E\{\underline{\tilde{F}}(t) - \underline{\tilde{G}}(t)|\underline{\tilde{F}}(t-1)\}\} = \tilde{M}'(t)E\{\underline{\tilde{F}}(t-1)\}$$
$$t = 1,2,... \qquad (7.2.1.5)$$

De relatie (7.2.1.5) geeft de verwachte herverdeling van een qua omvang gegeven populatie, maar genereert de omvang ervan niet. De uitbreiding en/of instandhouding van de nationale rundveestapel als resultaat van de instroom van uit geboorte beschikbaar gekomen kalveren is er nog niet in begrepen. Stellen we dit aantal gelijk aan het aantal overgangen vanuit de stadia vaars resp. droogstaand naar het stadium melkgevend, dan krijgen we voor het verwachte aantal toetredingen wegens geboorte in een periode t

$$E\{\underline{\tilde{G}}(t)\} = \tilde{D}(t)'E\{\underline{\tilde{F}}(t-1)\}, \qquad t = 1,2,... \qquad (7.2.1.6)$$

waarbij de elementen van de matrix $\tilde{D}(t)$ de opdeling van de uit vaarzen en droogstaande koeien geboren kalveren over de fokkerij- en mesterijsector geven,

$$\tilde{D}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \{1 - d_{31}(t)\}\tilde{m}_{34}(t) & d_{31}(t)\tilde{m}_{34}(t) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \{1 - d_{61}(t)\}\tilde{m}_{64}(t) & d_{61}(t)\tilde{m}_{64}(t) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$t = 1,2,... \qquad (7.2.1.7)$$

Voor het verwachte aantal runderen in elk van de zeven stadia resulteert nu

$$E\{\underline{\tilde{F}}(t)\} = \{\tilde{M}(t) + \tilde{D}(t)\}'E\{\underline{\tilde{F}}(t-1)\} \qquad t = 1,2,... \qquad (7.2.1.8)$$

De matrices $\tilde{M}(t)$ en $\tilde{D}(t)$ vormen de neerslag van de in periode t heersende constellatie van economische en biologische factoren die op de beslissingen van de melkveehouders inwerken. Omdat deze factoren voortdurend aan verandering onderhevig zijn, zullen de elementen van de matrices $\tilde{M}(t)$ en $\tilde{D}(t)$ tijdsafhankelijk zijn.

Op basis van (7.2.1.8) kan nu het verdeelmodel voor de ontwikkeling naar omvang en samenstelling van een nationale rundveestapel geformuleerd worden. Daartoe splitsen we de vector $\underline{\tilde{F}}(t)$ in een deterministische en een stochastische component.

$$\underline{\tilde{F}}(t) = E\{\underline{\tilde{F}}(t)\} + \underline{\tilde{H}}(t) \qquad t = 0,1,\ldots \qquad (7.2.1.9)$$

met $\quad \underline{\tilde{H}}(t) = [\underline{\tilde{\eta}}_1(t),\ldots,\underline{\tilde{\eta}}_7(t)]'$

Invoeging van (7.2.1.8) levert

$$\underline{\tilde{F}}(t) = \{\tilde{M}(t) + \tilde{D}(t)\}'E\{\underline{\tilde{F}}(t-1)\} + \underline{\tilde{H}}(t)$$

$$= \{\tilde{M}(t) + \tilde{D}(t)\}'\{\underline{\tilde{F}}(t-1) - \underline{\tilde{H}}(t-1)\} + \underline{\tilde{H}}(t)$$

$$= \{\tilde{M}(t) + \tilde{D}(t)\}'\underline{\tilde{F}}(t-1) + \underline{H}(t) \qquad t = 1,2,\ldots \qquad (7.2.1.10)$$

met $\quad \underline{H}(t) = \underline{\tilde{H}}(t) - \{\tilde{M}(t) + \tilde{D}(t)\}'\underline{\tilde{H}}(t-1)$

In de terminologie van de regressie-analyse geeft (7.2.1.10) een multivariaat, multipel regressiemodel met stochastische regressoren, waarbij de regressiecoëfficiënten aan een aantal voorwaarden moeten voldoen.
Van een verdeelmodel als (7.2.1.10), aangevuld met een aantal feitelijkheden van biologische en economische aard, zullen we nu gebruik maken voor de berekening van de instroom van vaarzen voor perioden korter dan een jaar. Alvorens deze aanvulling echter aan de orde te stellen zullen we (7.2.1.10) enigszins omwerken teneinde deze te laten aansluiten op de beschikbare data en enkele kenmerken van de Nederlandse rundveesector.

## § 2.2 De uitwerking

De in de maandelijkse bestandsopneming gehanteerde indeling in categorieën, verg. paragraaf 1, valt slechts voor een deel samen met de bij de ontwikkeling van het model (7.2.1.10) aangehouden indeling, terwijl het niet mogelijk is deze dienovereenkomstig te hergroeperen. Met het oog op de toepassing passen we het demonstratiemodel daarom ten dele aan voor de inhoud van de onderscheiden stadia. De indeling in stadia die in de toepassing aangehouden zal worden alsmede de, met een kruisje aangegeven, toegelaten bewegingen zijn weergegeven in het schema hieronder.

Schema 7.2.2.1 De in de toepassing aangehouden opdeling in stadia en de toegelaten bewegingen

| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Mestvee | 1 | X | | | | | | X |
| Jongvee voor de fok < 1 jaar | 2 | | X | X | | | | X |
| Jongvee voor de fok > 1 jaar | 3 | | | X | X | | | X |
| Gedekt jongvee | 4 | | | | X | X | | X |
| Melkgevende koeien | 5 | X | | | | X | X | X |
| Droogstaande koeien | 6 | | | | | X | X | |
| Slacht, export en derg. | 7 | | | | | | | X |

(7.2.2.1)

De opdeling (7.2.2.1) verschilt allereerst in zoverre van de bij de ontwikkeling van (7.2.1.10) gebruikte, dat hier via 2 en 3 ook de voor de fokkerij bestemde mannelijke dieren worden meegenomen, zij het dat deze niet als aparte categorie worden onderscheiden. Verder wordt de categorie melkgevende koeien niet opgesplitst naar al dan niet drachtig en tenslotte wordt de (geringe) uitval van droogstaande koeien wegens sterfte en derg. verwaarloosd.

In vergelijking met de maandelijkse bestandsopname wordt in (7.2.2.1) de onderverdeling van het mestvee niet overgenomen, maar, omwille van het behoud van informatie t.a.v. de fokkerijsector, die van het jongvee voor de fok wel.

De met (7.2.2.1) corresponderende matrix van kansen op (niet) wisseling van stadium geven we aan met M(t)

$$M(t)=\begin{bmatrix} m_{11}(t) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-m_{11}(t) \\ 0 & m_{22}(t) & m_{23}(t) & 0 & 0 & 0 & 1-\sum_{j=1}^{6} m_{2j}(t) \\ 0 & 0 & m_{33}(t) & m_{34}(t) & 0 & 0 & 1-\sum_{j=1}^{6} m_{3j}(t) \\ 0 & 0 & 0 & m_{44}(t) & m_{45}(t) & 0 & 1-\sum_{j=1}^{6} m_{4j}(t) \\ m_{51}(t) & 0 & 0 & 0 & m_{55}(t) & m_{56}(t) & 1-\sum_{j=1}^{6} m_{5j}(t) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{65}(t) & 1-m_{65}(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$t = 1,2,\ldots \qquad (7.2.2.2)$$

Zoals we in de voorgaande paragraaf hebben gezien, bepalen de bewegingen onder M(t), behalve de verwachte herverdeling van de dieren die zich op tijdstip t-1 in de zeven categorieën bevinden, ook de verwachte instroom van de uit de fokveestapel geboren kalveren. Naast deze instroom is voor de groei en/of instandhouding van de nationale rundveestapel echter ook die uit import van belang. Omwille van het gemak is de instroom uit import tot hiertoe buiten beschouwing gelaten. Bezien we nu de instroom uit import nader. In de Nederlandse verhoudingen is een importcategorie als fokvee van zuiver ras van geringe betekenis voor de ontwikkeling van de omvang van het nationale rundveebestand. Met uitzondering van de kalveren geldt dat ook voor de overige geïmporteerde dieren. Merendeels worden deze onmiddellijk na aankomst in Nederland geslacht, met als gevolg dat ze niet opgenomen worden in de maandelijkse bestandsopname. Omdat de importen, afgezien van de kalveren, bijna steeds minder dan één procent van het gemiddeld op jaarbasis aanwezige bestand van de corresponderende rundveecategorie bedragen, zullen deze niet meegenomen worden in de modellering. Deze handelwijze kan echter niet gevolgd worden bij de, relatief grote, import van kalveren. Gegevens over de opdeling van deze import over de mogelijke bestemmingen, fokkerij, mesterij of slacht ontbreken echter. Omdat de afstamming van deze kalveren veelal onbekend zal zijn, met de bezwaren vandien voor inzet in de fokkerij, lijkt het niet onredelijk te veronderstellen, dat ze in overwegende mate voor de slacht of de mesterijsector bestemd zullen worden. Bij de modellering zullen we er echter van uit gaan, dat deze import volledig door de mesterijsector wordt opgenomen. De bezetting van de stadia exclusief de geïmporteerde kalveren geven we aan met de vector

$$\underline{F}(t)' = [\underline{f}_1(t), \underline{f}_2(t), \underline{f}_3(t), \underline{f}_4(t), \underline{f}_5(t), \underline{f}_6(t), \underline{f}_7(t)]$$

en die met inbegrip van de import met

$$\bar{\underline{F}}(t)' = [\bar{\underline{f}}_1(t), \underline{f}_2(t), \underline{f}_3(t), \underline{f}_4(t), \underline{f}_5(t), \underline{f}_6(t), \underline{f}_7(t)]$$

V.w.b. de instroom van uit de nationale fokveestapel geboren kalveren zijn we er bij de formulering van (7.2.1.10) van uitgegaan, dat enkel bij de overgang vanuit het stadium vaars resp. droogstaand naar het stadium melkgevend kalveren beschikbaar komen. In feite zijn er echter ook koeien, naar schatting een procent of zes, die binnen een maand na het moment van droogzetten, afkalven [8]. In de termen van (7.2.2.1) houdt dit in, dat niet alleen bij de overgang vanuit de stadia 4 en 6 naar 5, maar ook binnen stadium 5 kalveren geboren worden. Verder zijn we er bij de ontwikkeling van (7.2.1.10) van uitgegaan, dat per afkalving één kalf ter beschikking komt. Wordt echter rekening gehouden met twee- en meerlingen geboorten, dan wordt in Nederland gemiddeld 1,02-1,04 kalf per afkalving geboren [9]. Van deze kalveren komt een deel dood ter wereld of sterft onmiddellijk of korte tijd na de geboorte. Voor instromende vaarzen wordt deze perinatale sterfte geschat op 10 à 20% en voor dieren die al een keer hebben afgekalfd op 5 à 10% [9]. Gemiddeld komt zodoende per afkalving bij vaarzen ongeveer 0,83-0,93 levend kalf ter beschikking en bij drachtige, droogstaande koeien 0,93-0,98. Van de in een bepaalde periode beschikbaar gekomen kalveren wordt een deel nog in diezelfde periode als nuchter kalf afgevoerd voor de slacht of geëxporteerd. Omdat dit een zeer klein gedeelte van de geboren kalveren betreft, zullen we het verwaarlozen, net als de perinatale sterfte in stadium 5.
Uitgaande van 1,03 kalf per afkalving en met 6% van de koeien die in een periode t drooggezet worden, nog afkalvend binnen die periode, neemt de matrix $\tilde{A}(t)$, waarvan de elementen de opdeling van de in stadium 4, 5 en 6

geboren kalveren over de categorieën 1, 2 en 7 geven, de volgende gedaante aan.

$$
\tilde{A}(t)=1{,}03\begin{bmatrix}
0 & 0 & 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \\
0 & 0 & 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \\
0 & 0 & 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \\
\tilde{a}_{41}(t)m_{45}(t) & \tilde{a}_{42}(t)m_{45}(t) & 0\ 0\ 0\ 0\ \{1-\tilde{a}_{41}(t)-\tilde{a}_{42}(t)\}. \\
 & & \quad m_{45}(t) \\
\frac{6}{94}\,\tilde{a}_{51}(t)m_{56}(t) & \frac{6}{94}\,\{1-\tilde{a}_{51}(t)\}m_{56}(t) & 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \\
\tilde{a}_{61}(t)m_{65}(t) & \tilde{a}_{62}(t)m_{65}(t) & 0\ 0\ 0\ 0\ \{1-\tilde{a}_{61}(t)-\tilde{a}_{62}(t)\}. \\
 & & \quad m_{65}(t) \\
0 & 0 & 0\ 0\ 0\ 0\ 0
\end{bmatrix}
$$

(7.2.2.3)

Omdat we in de schattingsprocedure een kwadratische criteriumfunctie zullen hanteren, vervangen we de elementen van $\tilde{A}(t)$ door elementen $a_{ij}(t)$. Als opdelingsmechanisme resulteert dan de volgende matrix

$$
A(t) = \begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
a_{41}(t) & a_{42}(t) & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{47}(t) \\
a_{51}(t) & a_{52}(t) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
a_{61}(t) & a_{62}(t) & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{67}(t) \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix} \qquad (7.2.2.4)
$$

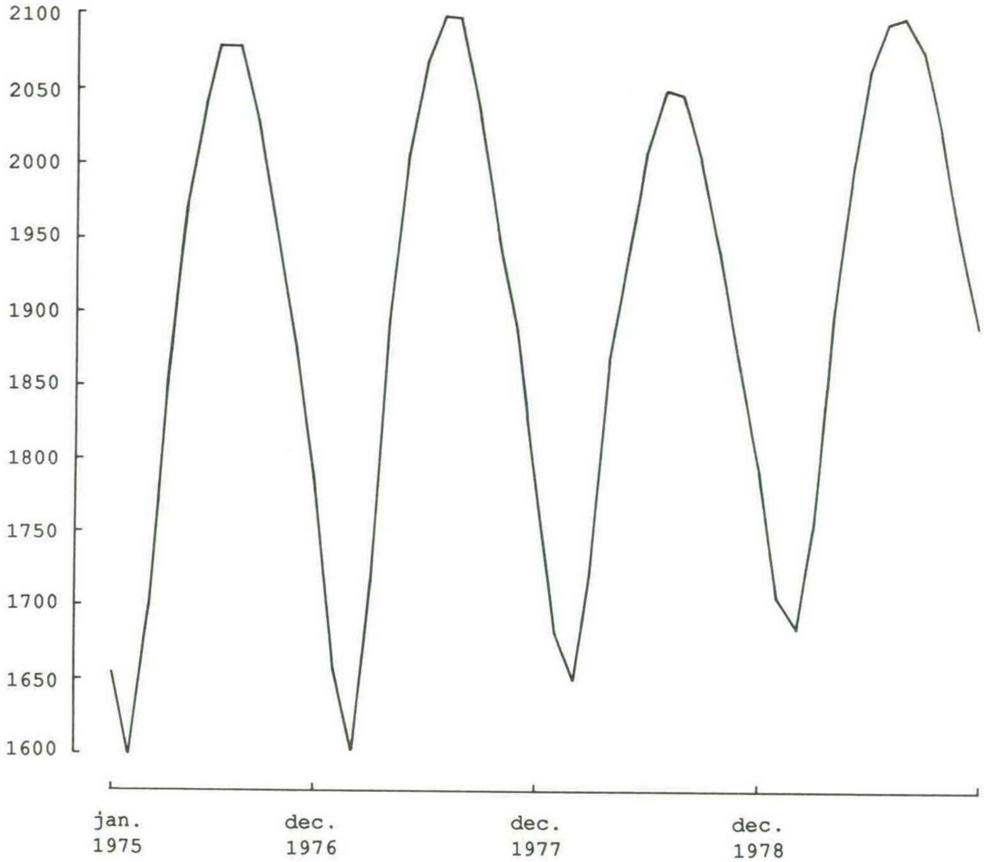
De som van de elementen over een rij van A(t) is uiteraard gelijk aan de factor 1,03 vermenigvuldigd met de afkalvingsfractie in die rij.

Gegeven het bestand op tijdstip t-1, $\bar{F}(t-1)$, resulteert nu op basis van (7.2.2.2) en (7.2.2.4) de volgende uitdrukking voor de verwachte bezetting van de onderscheiden categorieën op tijdstip t, exclusief de kalverimport in periode t

$$E\{\underline{F}(t)|\bar{F}(t-1)\} = \{M(t) + A(t)\}'\bar{F}(t-1) \qquad (7.2.2.5)$$

Tenslotte dient de tijdsafhankelijkheid van de matrices M(t) en A(t) gespecificeerd te worden. Zoals in paragraaf 2.1 is opgemerkt, wordt de beweging van een stuk rundvee over de onderscheiden categorieën bepaald door biologische wetmatigheden en eventualiteiten enerzijds en de (verwachte) profitabiliteit in de diverse toestanden anderzijds. Het ligt daarom voor de hand bij het vastleggen van de structuur van de tijdsafhankelijkheid daarin beide aspecten tot uitdrukking te brengen. De specificatiemogelijkheden worden uiteraard ingeperkt door de omstandigheid, dat het aantal parameters dat volgens een specificatie geschat moet worden, ten hoogste gelijk mag zijn aan het beschikbare aantal waarnemingen.
Met het oog op de specificatie bepalen we nu eerst de aard van de tijdsafhankelijkheid. Daartoe bezien we de beschikbare data - een deel daarvan is opgenomen in appendix 7.1 bij dit hoofdstuk - nader. Inspectie daarvan leert, dat deze alle gekenmerkt worden door een min of meer regelmatige jaarlijkse cyclus, zij het dat het niveau waarop zo'n cyclus zich beweegt alsmede in sommige gevallen de amplitude, in de loop van de tijd verandert. Een fraai voorbeeld van een dergelijke jaarlijkse cyclus geeft figuur 7.2.2.1, waarin de ontwikkeling van het aantal melkgevende koeien, de centrale grootheid in de ontwikkeling van een nationale rundveestapel, voor enkele jaren is weergegeven.

Figuur 7.2.2.1 Aantal melkgevende koeien per maand 1975-1978




Het bestaan van deze cycli kan begrepen worden uit het streven van de rundveehouders zich in hun bedrijfsvoering aan te passen aan het verloop van de seizoenen. Dat vergemakkelijkt de voeding van de dieren en is gunstig voor de gezondheid en de vruchtbaarheid van het vee. Verder draagt tot het optreden van de jaarlijkse cyclus de omstandigheid bij, dat de periode van afkalven invloed heeft op de omvang van de melkproductie. De hoogste lactatieproductie wordt bereikt door omstreeks oktober/november kalvende koeien en de laagste bij afkalving omstreeks mei/juni. Op grond daarvan mag verwacht worden, dat de melkveehouders ernaar streven geboorten in een uit een oogpunt van melkproductie gunstige periode te laten plaatsvinden.
Het niveau waarop een cyclus zich beweegt, is afhankelijk van de verhouding tussen de instroom in en de uitstroom uit een categorie. Bepalend

voor het niveau van de inzet in en de afvoer uit een categorie is de (verwachte) relatieve profitabiliteit in die categorie. Van doorslag gevend belang zijn in dit verband de opbrengstprijzen van melk en de verschillende soorten rundvlees, de aankoopprijs van veevoer en andere inputs alsmede de verwachtingen t.a.v. deze prijzen. Voor deze opbrengstprijzen en de aankoopprijzen van een aantal inputs geldt nu, dat ze gerealiseerd worden op markten waarvoor in de Gemeenschap een marktordening van toepassing was en is. Deze ordening houdt o.a. het bestaan in van een gegarandeerde minimale opbrengstprijs voor de producenten alsmede het bestaan van een richtprijs. Een richtprijs is de prijs die door de Raad van Landbouwministers voor consument en producent redelijk wordt geacht en die de marktordeningsinstantie via een stelsel van marktordenende maatregelen tracht te realiseren, zie ook hoofdstuk 8 paragraaf 3.
Van belang is nu, dat het niveau van de richtprijs en de gegarandeerde minimumprijs voor ieder landbouwprijsjaar, in principe lopend van april tot en met maart daaropvolgend, opnieuw wordt vastgesteld. In ieder landbouwprijsjaar zijn zodoende in beginsel steeds verschillende richt- en minimumprijzen van kracht voor melk, rundvlees of bijv. granen, een belangrijke input in de melkveehouderij, en daarmee steeds wisselende verhoudingen tussen deze prijzen. Behalve op de huidige bedrijfsvoering zal deze gang van zaken ook via de aanpassing van de verwachtingen van de producenten invloed uitoefenen op de toekomstige bedrijfsvoering.
Op basis van bovenstaande overwegingen kan de tijdsafhankelijkheid van M(t) en A(t) nu gekarakteriseerd worden als seizoens- en prijsjaar-afhankelijkheid: de parameters van deze matrices variëren zowel met het seizoen als met het prijsjaar.
Rekening houdend met het aantal te schatten parameters in vergelijking met het beschikbare aantal waarnemingen kunnen nu de volgende twee mogelijkheden als uiterste specificaties onderscheiden worden: enerzijds die specificatie waarbij de matrices M(t) en A(t) wel verschillend voor de verschillende maanden binnen het jaar, maar gelijk voor dezelfde maand in de verschillende jaren genomen worden, anderzijds die specificatie waarbij per periode van drie maanden in principe steeds verschillende matrices M(t) en A(t) worden genomen. Van een model volgens de eerste specificatie mag verwacht worden, dat het een goede aanpassing aan de data bewerkstelligt, wanneer er geen verschuivingen optreden in de prijsverhoudingen die aan de modelparameters ten grondslag liggen of veranderingen in de duur

van de biologische processen. Op ontwikkelingen van economische of biologische aard zal het echter minder adequaat kunnen inspelen. Aangenomen mag worden dat een model volgens de tweede specificatie dergelijke ontwikkelingen adequater kan vatten. Omdat deze specificatie flexibeler van structuur is en een groter aantal parameters ter beschikking heeft dan het eerste uiterste, kan het de betekenis van de inwerkende biologische en economische factoren, in principe, beter tot uitdrukking brengen.
Omdat vanaf 1955 in bijv. het afkalvingspatroon verschuivingen zijn opgetreden [10], terwijl anderzijds de tweede specificatie een groot aantal parameters vraagt te schatten in vergelijking met het beschikbare aantal waarnemingen, kiezen we voorlopig voor een middenpositie tussen deze uitersten. We nemen aan, dat de matrix M(t) enkel met het seizoen varieert en de matrix A(t), die de verdeling van de beschikbaar gekomen kalveren bepaalt, zowel met het seizoen als met het prijsjaar. Voor dezelfde maand in de verschillende jaren houden we steeds dezelfde matrix M(t) aan, terwijl we voor ieder kwartaal binnen een prijsjaar een in principe steeds verschillende matrix A(t) hanteren. Mocht tijdens de schatting blijken, dat deze specificatie te ruim of te krap is, dan zal overgegaan worden op een specificatie met een geringere dan wel grotere flexibiliteit.

## § 2.3 Het schattingsvraagstuk

Zoals in de inleiding tot paragraaf 2 is gesteld, zal de berekening van de instroom van vaarzen niet alleen steunen op een verdeelmodel, maar ook op informatie die ons op basis van economische en biologische overwegingen ter beschikking staat. Door deze informatie mee te nemen wordt expliciet rekening gehouden met de factoren die ten grondslag liggen aan de ontwikkeling van de nationale rundveestapel. De opname van deze informatie resulteert in voorwaarden t.a.v. de parameters van het verdeelmodel. In deze paragraaf, waar het schattingsvraagstuk geformuleerd wordt, waarmee de parameters van het verdeelmodel bepaald kunnen worden, komt deze informatie nu aan de orde.

Voor het schatten werd een versie van het relatieve kleinste kwadraten criterium gebruikt, nl. het aangepaste $\chi^2$-criterium [11]. Voor relatief werd gekozen teneinde rekening te houden met de grote verschillen in bezetting van de onderscheiden categorieën. Uiteraard zou ook een ander criterium genomen kunnen worden [12].

Op basis hiervan luidt de criteriumfunctie voor het onderhavige vraagstuk met gebruikmaking van (7.2.2.5) als volgt

$$\min \sum_{t=1}^{T} \{F(t) - E\{\underline{F}(t)|\bar{F}(t-1)\}'\hat{F}(t)^{-1} * \{F(t) - E\{\underline{F}(t)|\bar{F}(t-1)\}$$

$$= \sum_{t=1}^{T} \{F(t) - \{M(t) + A(t)\}'\bar{F}(t-1)\}'\hat{F}(t)^{-1} *$$

$$\{F(t) - \{M(t) + A(t)\}'\bar{F}(t-1)\}$$

$$= \sum_{t=1}^{T} \{1'F(t) - 2.1'M(t)'\bar{F}(t-1) - 2.1'A(t)'\bar{F}(t-1) +$$

$$+ 2\bar{F}(t-1)'A(t)\hat{F}(t)^{-1}M(t)'\bar{F}(t-1) +$$

$$+ \bar{F}(t-1)'M(t)\hat{F}(t)^{-1}M(t)'\bar{F}(t-1) +$$

$$+ \bar{F}(t-1)'A(t)\hat{F}(t)^{-1}A(t)'\bar{F}(t-1)\} , \qquad (7.2.3.1)$$

waarbij 1' een vector met énen, $1' = [1,1,\ldots,1]$, $\hat{F}(t)^{-1}$ de inverse van een matrix met op de hoofddiagonaal de elementen van F(t) en M(t) en A(t) gegeven zijn in (7.2.2.2) en (7.2.2.4).

Met het oog op het algoritme dat gebruikt zal worden voor de bepaling van het extreem van (7.2.3.1) herschrijven we (7.2.3.1). We maken daarvoor gebruik van het feit dat een kwadratische functie m.b.v. de stelling van Taylor kan worden geschreven als

$$f(X) = c + \left.\frac{\partial f(X)}{\partial X}\right|_{X=0}' . X + \frac{1}{2} X' \left.\frac{\partial^2 f(X)}{\partial X^2}\right|_{X=0} X$$

met X de vector van variabelen, c een constante, $\left.\frac{\partial f(X)}{\partial X}\right|_{X=0}$ de vector van coëfficiënten van het lineaire deel van de functie en $\left.\frac{\partial^2 f(X)}{\partial X^2}\right|_{X=0}$ de matrix van coëfficiënten van het kwadratische stuk van de functie. Op basis hiervan kan (7.2.3.1) met voorbijzien aan de constante worden geschreven als

$$\min \sum_{t=1}^{T} - 2[(\bar{F}(t-1).1')_1,\dots,(\bar{F}(t-1).1')_7, (\bar{F}(t-1).1')_1,\dots,(\bar{F}(t-1).1')_7]^* \begin{bmatrix} M_1(t)' \\ \vdots \\ M_7(t)' \\ A_1(t)' \\ \vdots \\ A_7(t)' \end{bmatrix} +$$

$$+ \frac{1}{2} [M_1(t),M_2(t),\dots,M_7(t),A_1(t),\dots,A_7(t)] *$$

$$\left[\begin{array}{c|c} 2\bar{F}(t-1)\bar{F}(t-1)'\otimes\hat{F}(t)^{-1} & 2\bar{F}(t-1)\bar{F}(t-1)'\otimes\hat{F}(t)^{-1} \\ \hline 2\bar{F}(t-1)\bar{F}(t-1)'\otimes\hat{F}(t)^{-1} & 2\bar{F}(t-1)\bar{F}(t-1)'\otimes\hat{F}(t)^{-1} \end{array}\right] \begin{bmatrix} M_1(t)' \\ M_2(t)' \\ \vdots \\ M_7(t)' \\ A_1(t)' \\ \vdots \\ A_7(t)' \end{bmatrix} \qquad (7.2.3.2)$$

waarbij $(\bar{F}(t-1)1')_j$, $M_j(t)$ en $A_j(t)$, $j = 1,\dots,7$, de j-de rij van de matrix $(\bar{F}(t-1)1')$, $M(t)$ en $A(t)$ geeft en waarbij met $\otimes$ het Kronecker-product van twee matrices wordt aangegeven [13].

Bovenstaande functie wordt nu geminimaliseerd onder een aantal voorwaarden die hieronder één voor één kort aan de orde komen. Voor een uitvoeriger behandeling ervan wordt verwezen naar [12].
Allereerst dient te zijn voldaan aan een aantal voorwaarden van logische aard

$$\begin{array}{l} 0 \leqq m_{gj}(t) \leqq 1 \\ 0 \leqq a_{gj}(t) \leqq 1 \end{array} \qquad g,j = 1,\dots,7 \qquad (7.2.3.3)$$

$$m_{11}(t) + m_{17}(t) = 1$$

$$m_{22}(t) + m_{23}(t) + m_{27}(t) = 1$$

$$m_{33}(t) + m_{34}(t) + m_{37}(t) = 1$$

$$m_{44}(t) + m_{45}(t) + m_{47}(t) = 1 \qquad (7.2.3.4)$$

$$m_{51}(t) + m_{55}(t) + m_{56}(t) + m_{57}(t) = 1$$

$$m_{65}(t) + m_{66}(t) = 1$$

$$m_{77}(t) = 1$$

Het stelsel (7.2.3.5) brengt tot ontdrukking dat in dezelfde maand van elk jaar steeds dezelfde matrix M(t) van toepassing is, en dat binnen één kwartaal één matrix A(t) geldt

$$\begin{aligned} m_{gj}(t) &= m_{gj}(t+k.12) && t = 1,2,\ldots,12,\ k = 1,2,3,\ldots \\ a_{gj}(h) &= a_{gj}(h+1) = a_{gj}(h+2) && h = 1,4,7,\ldots \end{aligned} \qquad (7.2.3.5)$$

Met de opdeling van de in categorie 4 en 6 geboren kalveren over de toestanden 1, 2 en 7 alsmede met twee- en meerlingen geboorten wordt rekening gehouden via (7.2.3.6) en met sterfte in de maand van geboorte via (7.2.3.7). De geboorten in stadium 5 komen verderop aan de orde.

$$\begin{aligned} 1{,}02\ m_{45}(t) &\leqq a_{41}(t) + a_{42}(t) + a_{47}(t) \leqq 1{,}04\ m_{45}(t) \\ 1{,}02\ m_{65}(t) &\leqq a_{61}(t) + a_{62}(t) + a_{67}(t) \leqq 1{,}04\ m_{65}(t) \end{aligned} \qquad (7.2.3.6)$$

$$\begin{aligned} 0{,}82\ m_{45}(t) &\leqq a_{41}(t) + a_{42}(t) \leqq 0{,}94\ m_{45}(t) \\ 0{,}92\ m_{65}(t) &\leqq a_{61}(t) + a_{62}(t) \leqq 0{,}99\ m_{65}(t) \end{aligned} \qquad (7.2.3.7)$$

De voorwaarden (7.2.3.8) brengen tot uitdrukking, dat het geslacht van een kalf van betekenis is voor de richting, fokkerij of mesterij, waarvoor het bestemd wordt. Omdat in de Nederlandse verhoudingen de behoefte aan fokstieren gering is, stromen de stierkalveren voor het overgrote deel de mesterijsector binnen, terwijl de vaarskalveren daarvoor in eerste instantie slechts bij uitzondering bestemd worden. Via de restricties (7.2.3.8) bereiken we nu dat er nooit meer kalveren in de fokrichting worden ingezet dan er vaarskalveren beschikbaar komen.

$$\begin{aligned} a_{41}(t) &\geqq a_{42}(t) \\ a_{61}(t) &\geqq a_{62}(t) \end{aligned} \tag{7.2.3.8}$$

De voorwaarde (7.2.3.9) is net als (7.2.3.10) van biologische aard. In (7.2.3.9) en (7.2.3.10) is de ons beschikbare kennis m.b.t. de duur van het verblijf in de klasse 4 weergegeven.
De overgang van dieren vanuit stadium 3 naar stadium 4 vindt plaats op het moment dat deze dieren voor de eerste maal bevrucht worden. Omdat het hier in het algemeen om vruchtbare dieren gaat, raakt het merendeel ervan reeds bij de eerste bevruchting drachtig, maar voor een aantal ervan is nog één of meer bevruchtingen nodig voordat drachtigheid optreedt. Bij omstreeks 5% van de dieren treedt zelfs na een aantal bevruchtingen nog geen drachtigheid op, zodat deze afgevoerd moeten worden voor de slacht [14]. In de voorwaarden (7.2.3.9) is deze feitelijkheid weergegeven. Aangenomen is daarbij dat de overgang naar 7 niet eerder plaatsvindt dan nadat twee herhalingsinseminaties gerealiseerd hadden kunnen worden.

$$m_{47}(t+3)f_4(t+2) \geqq 0.05m_{34}(t)f_3(t-1) \tag{7.2.3.9}$$

$$\begin{aligned} m_{45}(t+11)f_4(t+10) &\geqq \beta_1 m_{34}(t+2)f_3(t+1) + \\ &+ \beta_2 m_{34}(t+1)f_3(t) + \beta_3 m_{34}(t)f_3(t-1) \\ m_{45}(t+11)f_4(t+10) &\leqq \gamma_1 m_{34}(t+2)f_3(t+1) + \\ &+ \gamma_2 m_{34}(t+1)f_3(t) + \gamma_3 m_{34}(t)f_3(t-1) \end{aligned} \tag{7.2.3.10}$$

De voorwaarden (7.2.3.10) brengen tot uitdrukking dat aan het moment van afkalven van een vaars een drachtigheidsperiode van negen maanden voorafgaat. De in periode t+11 afkalvende vaarzen zijn drachtig geraakt in de periode t+2 na één of meer bevruchtingen. M.b.v. een frequentieverdeling van het aantal bevruchtingen tot drachtigheid optreedt, kan een schatting gemaakt worden van de kans dat een dier dat in periode t voor de eerste maal bevrucht wordt, en dus overgaat van toestand 3 naar toestand 4, nog in dezelfde periode resp. in de eerste, tweede enz., daarop volgende periode drachtig raakt [15]. Omdat we met een schatting te maken hebben, is een onder- resp. bovengrens van deze kansen bepaald, $\beta_i$ resp. $\gamma_i$, i = 1,...,3, op 0.875 resp. 1,125 van de schatting. In de restricties (7.2.3.10) wordt nu geeist, dat het verwachte aantal afkalvende vaarzen in t+11 nooit kleiner resp. groter is dan het minimaal resp. maximaal verwachte aantal dieren dat in de periode t+2 drachtig is geworden.
Eveneens van biologische aard is (7.2.3.11).

$$
\begin{aligned}
& m_{65}(t+3)f_6(t+2) \geqq \beta_4 m_{56}(t+2)f_5(t+1) + \\
& + \beta_5 m_{56}(t+1)f_5(t) + \beta_6 m_{56}(t)f_5(t-1) \\
& m_{65}(t+3)f_6(t+2) \leqq \gamma_4 m_{56}(t+2)f_5(t+1) + \\
& + \gamma_5 m_{56}(t+1)f_5(t) + \gamma_6 m_{56}(t)f_5(t-1)
\end{aligned}
\qquad (7.2.3.11)
$$

In de restricties (7.2.3.11) is de ons beschikbare kennis m.b.t. de duur van het verblijf in de droogstand opgenomen. Koeien die in een periode t afkalven, zijn nog in diezelfde maand hetzij één of meer maanden eerder drooggezet. Op basis van een frequentieverdeling van de droogstandtijd kan een schatting gemaakt worden van de kans dat een koe die in periode t drooggezet wordt, nog in diezelfde maand resp. in de eerste, tweede enz. daarop volgende maand afkalft [8]. Omdat we met een schatting te maken hebben, zijn we v.w.b. de onder- en bovengrens van deze kansen op dezelfde manier te werk gegaan als bij de vaarzen hierboven. De restricties (7.2.3.11) houden nu in, dat het verwachte aantal afkalvende koeien in maand t nooit kleiner resp. groter kan zijn dan het minimaal resp. maximaal verwachte aantal koeien dat in de drie daaraan voorafgaande maanden werd drooggezet, voorzover het althans koeien betreft die niet afkalven in

de maand waarin ze drooggezet worden. Voor deze laatste groep koeien geldt de voorwaarde (7.2.3.11) niet, aangezien deze dieren zich zowel op tijdstip t-1 als t in stadium 5 bevinden.
Omdat we bij de geboorten in stadium 5 rekening wensen te houden met de omstandigheid dat de uit de frequentieverdeling van de droogstandstijd berekende kans op afkalving binnen de maand van droogzetten een schatting is, zullen we voor de opdeling van de in deze categorie geboren kalveren geen stelsels als (7.2.3.6) en (7.2.3.7) hanteren, maar gebruik maken van de volgende voorwaarden.

$$\beta_7 \frac{6}{94}.1,02\, m_{56}(t) \leqq a_{51}(t) + a_{52}(t) \leqq \gamma_7 \frac{6}{94}.1,04 m_{56}(t) \qquad (7.2.3.12)$$

$$a_{51}(t) \geqq a_{52}(t) \qquad (7.2.3.13)$$

Van de duur van het verblijf in stadium 5 is ons minder bekend dan van de verblijfstijd in het daaraan voorafgaande en het er op volgende stadium. Bekend is o.m. dat de lengte van een ongestoord verlopen lactatie gemiddeld ongeveer tien maanden bedraagt. Verder wordt de gemiddelde productieve levensduur op omstreeks vier jaar geschat [16]. Niet beschikbaar is echter de opsplitsing van deze klasse naar niet-drachtig en melkgevend resp. drachtig en melkgevend. Om die reden lag een vervollediging van het schattingsprobleem met stelsels voorwaarden als (7.2.3.9) en (7.2.3.10) niet binnen bereik voor stadium 5.

Wordt de verblijfstijd in de stadia 4, 5 en 6 in overwegende mate door factoren van biologische aard bepaald, voor die in de toestanden 1, 2 en 3 zijn economische factoren van zeker zo grote betekenis. Om die reden is ons van de duur van het verblijf in de stadia 1, 2 en 3 dan ook minder bekend dan van die in 4, 5 en 6.
De klasse 1 omvat een aantal soorten mestvee, variërend van mestkalveren tot worstkoeien, die tot een per categorie verschillend eindgewicht worden afgemest. Aangenomen mag worden, dat zowel de mix van deze categorieën als het per categorie nagestreefde eindgewicht, en daarmee de verdelingsfunctie van de verblijfstijd in deze klasse, afhankelijk is van de (verwachte) kosten- en opbrengstverhoudingen tussen de verschillende soorten mestvee [17].
Eenzelfde redenering gaat op voor de stadia 2 en 3 die samen de opfokperiode van, in overwegende mate, vaarskalveren tot vaars bestrijken. In de

klasse 2 stromen alle kalveren binnen, die in eerste instantie voor de fokkerij bestemd worden en in stadium 3 die dieren die de eerste fase van de opfokperiode hebben afgesloten, verg. (7.2.2.1). De definitieve selectie voor de fokrichting vindt plaats aan het einde van de opfokperiode. Tijdens deze periode kunnen de economische omstandigheden zodanig veranderen, dat de oorspronkelijke bestemming van een dier naar het oordeel van de veehouder niet langer gehandhaafd kan worden en afvoer voor de slacht te verkiezen is boven handhaving. Ook de fysieke ontwikkeling van een dier kan daarvoor een reden zijn. De omstandigheid, dat zowel de mix van het aantal dieren dat in zijn oorspronkelijke bestemming gehandhaafd blijft resp. daaraan onttrokken wordt, alsmede het tijdstip waarop de bestemming gewijzigd wordt, voorwerp is van een op economische en biologische overwegingen stoelende beslissing, zal haar weerslag vinden in de verdelingsfuncties van de verblijfstijd in deze stadia. Doordat het complex van op deze verdelingen inwerkende factoren voortdurend aan veranderingen onderhevig is, zullen ook de verdelingen zelf voortdurend veranderen. Deze veranderlijkheid brengt met zich, dat het niet mogelijk is op de verblijfstijden in deze stadia een begrenzing aan te brengen als is gebeurd voor de stadia 4 en 6. Weliswaar zou de duur van het verblijf in deze stadia begrensd kunnen worden m.b.v. een uit biologisch standpunt minimale resp. maximale verblijfstijd, maar van de daaruit resulterende (ruime) begrenzing van de verblijfsduur mag geen effect voor de oplossing van het programmeringsvraagstuk (7.2.3.1) verwacht worden. In verband daarmee werd ervan afgezien bij (7.2.3.1) desbetreffende voorwaarden op te nemen.

## § 2.4 Enkele resultaten

Bij een waarnemingsperiode van vijftien jaren en een specificatie van de tijdsafhankelijkheid als gekozen in paragraaf 2.2 omvat het schattingsvraagstuk uit de voorgaande paragraaf 524 variabelen en 2497 voorwaarden. Op grond van deze aantallen kan het gekarakteriseerd worden als een fors kwadratisch programmeringsvraagstuk. Voor de berekening werd gebruik gemaakt van de routine E04NAF uit de NAG-bibliotheek [18]. Ofschoon deze routine geen speciale voorzieningen kent voor een eigenschap als ijlheid van het voorwaardenstelsel, een eigenschap die de voorwaarden bij (7.2.3.1.) afhankelijk van de gehanteerde definitie wel danwel niet

bezitten, is desondanks besloten hiervan gebruik te maken. De reden hiervan is, dat dit de enige routine is, die ons voor dit forse programmeringsvraagstuk ter beschikking stond. In deze routine wordt allereerst een toegelaten punt bepaald. In de tweede fase wordt dan via een iteratieve procedure het extreem van de kwadratische functie berekend. In iedere iteratie wordt daarbij o.m. een zoekrichting en een stapgrootte bepaald.
Voordat tot de berekening van de optimale oplossing van het schattingsvraagstuk uit de voorgaande paragraaf kon worden overgegaan, diende echter eerst zekerheid te worden verkregen omtrent de adequaatheid van de gekozen specificatie van de tijdsafhankelijkheid, aangezien het hiervóór niet mogelijk bleek deze eenduidig vast te stellen. Deze adequaatheid kan beoordeeld worden door het schattingsvraagstuk uit de voorgaande paragraaf op te lossen voor een deel van de waarnemingsperiode en de resultaten daarvan (de berekende instroom van vaarzen alsmede het berekende aantal geboorten) te vergelijken met die, gevonden in paragraaf 1. Van deze laatste staat nl. de kwaliteit vast. Als deel van de waarnemingsperiode werd het tijdvak 1970-1980 gekozen. De desbetreffende data zijn opgenomen in appendix 7.1 bij dit hoofdstuk.
Ofschoon een oplossing werd gevonden die voldeed aan het voorwaardenstelsel, lukte het niet het globale extreem en de daarmee corresponderende optimale oplossing te bepalen. In plaats daarvan eindigde het programma steeds met de mededeling dat een zwak locaal minimum (weak local minimum) gevonden was. Volgens Gill c.s., de ontwerpers van de gebruikte routine, is er sprake van een zwak locaal minimum, wanneer er zich in de onmiddellijke omgeving van de berekende oplossing, oplossingen bevinden waarvoor dezelfde waarde van de criteriumfunctie bereikt wordt [19].
Bovendien bleek de gevonden oplossing, hoewel deze aan het voorwaardenstelsel voldeed, niet steeds voor alle componenten zinnig. Zo werd voor het element $m_{66}(t)$ bijv. soms de waarde 1 gevonden, wat zou inhouden dat in de betreffende maanden geen kalveren zouden zijn geboren uit de categorie droogstaande koeien, terwijl vaststaat dat dit proces in geen enkele maand wordt onderbroken.
Als gevolg hiervan was het niet mogelijk een indruk te krijgen van de kwaliteit van de gekozen specificatie van de tijdsafhankelijkheid van de matrices M(t) en A(t).
Noch door de startbasis in het programmeringsvraagstuk te veranderen noch door bijstelling van de grenzen in de voorwaardenstelsels (7.2.3.10),

(7.2.3.11) en (7.2.3.12) kon echter een verbetering worden bereikt: de gevonden oplossingen voldeden wel aan het voorwaardenstelsel, maar werden steeds gekarakteriseerd als zwakke locale minima.
Tenslotte werd nagegaan, of door over te gaan op een flexibeler specificatie van de tijdsafhankelijkheid van de matrices M(t) en A(t) wellicht wel een globaal extreem bepaald kon worden. Met inachtneming van het aantal beschikbare waarnemingen werd gekozen voor een zo groot mogelijke flexibiliteit: voor iedere periode van drie maanden één, in principe steeds verschillende, matrix M(t) en A(t).
Ook voor deze specificatie kon het globale extreem van (7.2.3.1) en daarmee de optimale oplossing van (7.2.3.1) echter niet bepaald worden: wederom werd een zwak locaal minimum gevonden.

## § 3. Conclusie

In paragraaf 1 is een methode behandeld waarmee waarnemingen t.a.v. de te verklaren variabele in (6.2.11) verkregen kunnen worden. Omdat als gevolg van de inrichting van de beschikbare statistieken met deze methode slechts een bescheiden aantal waarnemingen kan worden gegenereerd, wordt in paragraaf 2 een berekeningswijze ontwikkeld, waarmee in principe een groter aantal waarnemingen t.a.v. de instroom kan worden verkregen. Deze berekeningswijze steunt op een model dat de ontwikkeling naar omvang en samenstelling van een nationale rundveestapel beschrijft. Dit model wordt aangevuld met enkele feitelijkheden van biologische en economische aard die via de beslissingen van de veehouders op de ontwikkeling van de rundveestapel inwerken. Voor de schatting van de parameters van dit model is een kwadratisch programmeringsvraagstuk geformuleerd dat qua aantal voorwaarden en variabelen als fors gekarakteriseerd kan worden. Ofschoon we voor dit programmeringsvraagstuk een oplossing vonden die voldoet aan het voorwaardenstelsel, slaagden we er niet in het globale extreem van dit probleem en de daarmee corresponderende optimale oplossing te bepalen. Steeds eindigde het programma met de mededeling dat een zwak locaal minimum was gevonden. De oorzaak daarvan kan niet met zekerheid worden aangegeven, maar vermoedelijk is de wijze waarop de ijle structuur van het voorwaardenstelsel verwerkt wordt in de routine, daaraan debet.
Nu met de in paragraaf 2 ontwikkelde berekeningswijze geen waarnemingen t.a.v. de instroom van vaarzen voor investeringsperioden van minder dan

een jaar kunnen worden gegenereerd, staan ons daarvoor enkel de in paragraaf 1 gegenereerde data op jaarbasis ter beschikking. Dat brengt mee, dat slechts een beperkt aantal van de in de instroomvergelijking opgenomen regressoren in een regressie-analyse kan worden toegelaten.

# Appendix 7.1

De bezetting van de stadia alsmede de kalverimport over de periode 1970-1980[1) en 2)] (in 1.000 stuks)

| Maand | Mest-vee | Jongvee voor fok < 1 jaar | Jongvee voor fok > 1 jaar | Gedekt jongvee | Melkgev. koeien | Droogst. koeien | Slacht, export en destructie | Kalver-import |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 475 | 810 | 310 | 445 | 1374 | 539 | 165 | 1 |
| 2 | 518 | 813 | 329 | 445 | 1250 | 673 | 159 | 1 |
| 3 | 558 | 818 | 394 | 431 | 1349 | 586 | 161 | 1 |
| 4 | 604 | 841 | 476 | 404 | 1604 | 353 | 200 | 0 |
| 5 | 662 | 835 | 476 | 403 | 1740 | 205 | 201 | 0 |
| 6 | 692 | 819 | 423 | 450 | 1787 | 124 | 185 | 1 |
| 7 | 650 | 818 | 365 | 510 | 1819 | 83 | 178 | 4 |
| 8 | 599 | 811 | 317 | 553 | 1809 | 77 | 202 | 6 |
| 9 | 560 | 810 | 277 | 561 | 1764 | 111 | 192 | 7 |
| 10 | 484 | 802 | 265 | 538 | 1698 | 172 | 200 | 6 |
| 11 | 473 | 792 | 268 | 493 | 1620 | 252 | 185 | 2 |
| 12 | 470 | 784 | 285 | 452 | 1549 | 325 | 179 | 4 |
| 13 | 482 | 761 | 313 | 428 | 1411 | 496 | 184 | 4 |
| 14 | 516 | 742 | 328 | 430 | 1270 | 645 | 160 | 2 |
| 15 | 541 | 747 | 374 | 423 | 1347 | 581 | 158 | 0 |
| 16 | 639 | 756 | 447 | 405 | 1586 | 352 | 219 | 0 |
| 17 | 685 | 759 | 452 | 411 | 1710 | 207 | 207 | 0 |
| 18 | 690 | 758 | 396 | 463 | 1778 | 121 | 185 | 0 |
| 19 | 629 | 760 | 337 | 517 | 1801 | 86 | 207 | 3 |
| 20 | 551 | 762 | 288 | 552 | 1803 | 74 | 204 | 10 |
| 21 | 496 | 757 | 264 | 553 | 1751 | 109 | 196 | 11 |
| 22 | 443 | 751 | 252 | 537 | 1679 | 174 | 184 | 6 |
| 23 | 428 | 744 | 255 | 502 | 1613 | 247 | 168 | 8 |
| 24 | 423 | 746 | 269 | 471 | 1550 | 330 | 164 | 4 |
| 25 | 425 | 750 | 269 | 447 | 1388 | 504 | 158 | 11 |
| 26 | 477 | 749 | 312 | 431 | 1282 | 636 | 136 | 2 |
| 27 | 547 | 763 | 378 | 404 | 1418 | 538 | 144 | 2 |

| Maand | Mest-vee | Jongvee voor fok < 1 jaar | Jongvee voor fok > 1 jaar | Gedekt jongvee | Melkgev. koeien | Droogst. koeien | Slacht, export en destructie | Kalver-import |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 28 | 586 | 811 | 416 | 396 | 1620 | 354 | 180 | 5 |
| 29 | 616 | 840 | 397 | 419 | 1743 | 228 | 161 | 6 |
| 30 | 641 | 851 | 343 | 477 | 1816 | 144 | 184 | 8 |
| 31 | 620 | 854 | 295 | 523 | 1855 | 104 | 165 | 11 |
| 32 | 575 | 855 | 251 | 558 | 1866 | 94 | 148 | 17 |
| 33 | 541 | 854 | 226 | 561 | 1829 | 131 | 160 | 13 |
| 34 | 507 | 853 | 218 | 548 | 1773 | 192 | 155 | 11 |
| 35 | 494 | 849 | 229 | 519 | 1711 | 266 | 176 | 8 |
| 36 | 528 | 848 | 252 | 485 | 1613 | 385 | 164 | 5 |
| 37 | 516 | 847 | 270 | 466 | 1463 | 555 | 145 | 2 |
| 38 | 557 | 835 | 340 | 451 | 1408 | 642 | 161 | 2 |
| 39 | 654 | 854 | 443 | 437 | 1553 | 540 | 152 | 4 |
| 40 | 713 | 891 | 485 | 443 | 1738 | 371 | 164 | 3 |
| 41 | 750 | 922 | 452 | 483 | 1852 | 256 | 166 | 5 |
| 42 | 769 | 939 | 396 | 542 | 1922 | 182 | 177 | 5 |
| 43 | 757 | 952 | 348 | 589 | 1973 | 135 | 149 | 7 |
| 44 | 728 | 962 | 304 | 624 | 1987 | 122 | 139 | 9 |
| 45 | 674 | 970 | 266 | 643 | 1962 | 155 | 169 | 13 |
| 46 | 636 | 971 | 267 | 624 | 1901 | 222 | 156 | 21 |
| 47 | 656 | 959 | 302 | 577 | 1813 | 316 | 184 | 13 |
| 48 | 695 | 943 | 351 | 535 | 1619 | 445 | 181 | 1 |
| 49 | 721 | 946 | 356 | 519 | 1590 | 590 | 183 | 6 |
| 50 | 740 | 924 | 409 | 502 | 1549 | 664 | 163 | 0 |
| 51 | 792 | 926 | 488 | 484 | 1665 | 566 | 168 | 2 |
| 52 | 789 | 963 | 518 | 484 | 1842 | 400 | 224 | 1 |
| 53 | 812 | 972 | 508 | 508 | 1960 | 280 | 230 | 0 |
| 54 | 838 | 977 | 455 | 561 | 2045 | 189 | 236 | 0 |
| 55 | 803 | 987 | 395 | 614 | 2086 | 141 | 192 | 1 |
| 56 | 767 | 998 | 344 | 655 | 2088 | 129 | 210 | 4 |
| 57 | 740 | 994 | 308 | 675 | 2054 | 152 | 189 | 5 |
| 58 | 658 | 981 | 306 | 655 | 1969 | 229 | 198 | 5 |
| 59 | 645 | 957 | 341 | 609 | 1874 | 322 | 223 | 4 |

| Maand | Mest-vee | Jongvee voor fok < 1 jaar | Jongvee voor fok > 1 jaar | Gedekt jongvee | Melkgev. koeien | Droogst. koeien | Slacht, export en destructie | Kalver-import |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 60 | 617 | 937 | 389 | 575 | 1763 | 433 | 220 | 4 |
| 61 | 626 | 949 | 365 | 558 | 1654 | 567 | 222 | 1 |
| 62 | 642 | 939 | 371 | 532 | 1598 | 633 | 204 | 1 |
| 63 | 694 | 932 | 442 | 509 | 1700 | 543 | 206 | 2 |
| 64 | 720 | 940 | 483 | 501 | 1853 | 397 | 237 | 0 |
| 65 | 743 | 930 | 475 | 522 | 1970 | 271 | 263 | 2 |
| 66 | 728 | 928 | 421 | 581 | 2040 | 175 | 233 | 6 |
| 67 | 725 | 932 | 374 | 631 | 2079 | 127 | 216 | 3 |
| 68 | 692 | 930 | 320 | 671 | 2078 | 114 | 203 | 13 |
| 69 | 656 | 923 | 297 | 674 | 2038 | 149 | 199 | 12 |
| 70 | 630 | 911 | 287 | 653 | 1946 | 224 | 225 | 13 |
| 71 | 587 | 905 | 278 | 622 | 1873 | 289 | 224 | 8 |
| 72 | 593 | 876 | 357 | 562 | 1782 | 374 | 197 | 9 |
| 73 | 623 | 848 | 420 | 541 | 1656 | 518 | 209 | 4 |
| 74 | 617 | 871 | 402 | 533 | 1606 | 609 | 194 | 3 |
| 75 | 644 | 894 | 420 | 517 | 1718 | 541 | 181 | 1 |
| 76 | 655 | 917 | 450 | 515 | 1892 | 392 | 238 | 1 |
| 77 | 695 | 919 | 432 | 550 | 2009 | 270 | 231 | 2 |
| 78 | 707 | 927 | 380 | 595 | 2072 | 193 | 227 | 4 |
| 79 | 690 | 930 | 330 | 638 | 2108 | 143 | 210 | 3 |
| 80 | 662 | 939 | 294 | 662 | 2100 | 129 | 204 | 8 |
| 81 | 614 | 928 | 268 | 658 | 2034 | 160 | 241 | 12 |
| 82 | 570 | 923 | 258 | 634 | 1949 | 227 | 236 | 10 |
| 83 | 531 | 915 | 261 | 597 | 1877 | 298 | 199 | 5 |
| 84 | 535 | 899 | 322 | 548 | 1787 | 387 | 217 | 11 |
| 85 | 570 | 889 | 344 | 547 | 1678 | 500 | 211 | 1 |
| 86 | 655 | 885 | 371 | 525 | 1650 | 570 | 201 | 3 |
| 87 | 741 | 885 | 430 | 492 | 1726 | 525 | 190 | 1 |
| 88 | 772 | 890 | 466 | 496 | 1867 | 386 | 248 | 5 |
| 89 | 806 | 885 | 446 | 525 | 1949 | 285 | 227 | 5 |
| 90 | 815 | 888 | 403 | 579 | 2009 | 202 | 225 | 3 |
| 91 | 798 | 892 | 349 | 632 | 2046 | 158 | 209 | 2 |

| Maand | Mest-vee | Jongvee voor fok < 1 jaar | Jongvee voor fok > 1 jaar | Gedekt jongvee | Melkgev. koeien | Droogst. koeien | Slacht, export en destructie | Kalver-import |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 92 | 772 | 897 | 299 | 671 | 2044 | 147 | 187 | 14 |
| 93 | 721 | 895 | 265 | 695 | 2004 | 174 | 223 | 15 |
| 94 | 694 | 880 | 272 | 677 | 1933 | 236 | 215 | 14 |
| 95 | 673 | 879 | 270 | 634 | 1868 | 308 | 204 | 16 |
| 96 | 674 | 858 | 328 | 590 | 1790 | 383 | 215 | 23 |
| 97 | 700 | 821 | 406 | 564 | 1705 | 477 | 206 | 7 |
| 98 | 734 | 822 | 393 | 558 | 1686 | 546 | 185 | 8 |
| 99 | 785 | 858 | 390 | 540 | 1758 | 512 | 184 | 10 |
| 100 | 825 | 881 | 418 | 529 | 1897 | 392 | 242 | 4 |
| 101 | 846 | 884 | 400 | 557 | 1995 | 284 | 217 | 3 |
| 102 | 854 | 901 | 353 | 599 | 2066 | 204 | 242 | 4 |
| 103 | 814 | 913 | 305 | 641 | 2098 | 161 | 212 | 3 |
| 104 | 803 | 908 | 274 | 665 | 2104 | 156 | 187 | 5 |
| 105 | 763 | 910 | 257 | 674 | 2073 | 185 | 214 | 13 |
| 106 | 714 | 915 | 250 | 651 | 2021 | 248 | 211 | 11 |
| 107 | 693 | 915 | 273 | 606 | 1954 | 314 | 212 | 19 |
| 108 | 682 | 899 | 340 | 565 | 1890 | 384 | 217 | 11 |
| 109 | 699 | 874 | 413 | 546 | 1776 | 499 | 202 | 14 |
| 110 | 772 | 827 | 514 | 523 | 1729 | 552 | 206 | 10 |
| 111 | 844 | 811 | 574 | 510 | 1803 | 512 | 189 | 10 |
| 112 | 885 | 860 | 585 | 496 | 1948 | 388 | 241 | 5 |
| 113 | 886 | 882 | 569 | 495 | 2034 | 296 | 223 | 6 |
| 114 | 899 | 902 | 528 | 538 | 2090 | 228 | 268 | 6 |
| 115 | 865 | 929 | 456 | 598 | 2128 | 181 | 218 | 5 |
| 116 | 832 | 934 | 398 | 635 | 2125 | 173 | 188 | 8 |
| 117 | 772 | 939 | 358 | 667 | 2090 | 199 | 236 | 11 |
| 118 | 735 | 936 | 344 | 657 | 2034 | 249 | 205 | 9 |
| 119 | 716 | 929 | 368 | 632 | 1962 | 320 | 233 | 17 |
| 120 | 697 | 913 | 458 | 588 | 1897 | 392 | 219 | 9 |

1) Maandstatistiek van de landbouw, C.B.S., meerdere jaren.

2) Maandstatistiek van de buitenlandse handel, C.B.S., meerdere jaren.

# Literatuur


1. Maandstatistiek van de landbouw, CBS, meerdere jaren.
   a. De meitellingen 1971 t/m 1973 geven geen uitsplitsing van de categorie jongvee voor de mesterij naar leeftijd en geslacht i.t.t. de overige jaren. Voor de berekening van de instroom van vaarzen alsmede het aantal geboorten werd deze categorie opgesplitst m.b.v. een interpolatie tussen de jaren 1970 en 1974, waarvoor deze uitsplitsing wel bekend is.
2. Maandstatistiek van de buitenlandse handel, CBS, meerdere jaren.
3. Staatstoezicht op de Volksgezondheid, Veeartsenijkundige Dienst.
4. D. Stellingwerf, De afvoerredenen en gebruiksduur van melkvee, Proefschrift, Rijksuniversiteit Utrecht, 1977.
5. Rundveehouderij Administratie; Resultaten, Tendensen en Conclusies, Konsulentschappen voor de Rundveehouderij in Noord-Brabant in samenwerking met Het Accountants- en Belastingadviesbureau N.C.B., meerdere jaren.
6. De verhouding tussen het aantal geboren kalveren en het aantal melk- en kalfkoeien, Maandstatistiek van de landbouw, 1984.
7. Verg. voor een dergelijke werkwijze bijv.: M.W. Luke Chan, The use of transition matrices to derive missing data for the Canadian cattle industry, Canadian Journal of Agricultural Economics, 1979. J.N. Trapp, Forecasting Short-Run Fed Beef Supplies with Estimated Data, American Journal of Agricultural Economics, 1981.
8. Meegedeeld door Ir. J. Wilmink, Instituut voor Veeteeltkundig Onderzoek "Schoonoord" Zeist.
   De volgende frequentiequotiënten werden gevonden.

| Aantal dagen droog | In procenten |
|---|---|
| $\leq$ 29 | 21.3 |
| 30 - 59 | 50.8 |
| 60 - 89 | 21.4 |
| 90 - 119 | 4.2 |
| $\geq$ 120 | 2.3 |

   Ervan uitgaande dat geen voorkeur bestaat v.w.b. de afkalfdatum binnen een maand en dat de periode van droogstand minstens 15 dagen beslaat, is de kans dat een koe die op een dag d van maand m drooggezet wordt,

nog in maand m afkalft, afgerond, 6%, in maand m+1 42%, in maand m+2 36%, in maand m+3 13% en nog later 3%.

9. S.W.J. van Dieten, Mortaliteit van kalveren bij de partus à terme van M.R.IJ.-runderen (Stillbirth in bovine cattle), Proefschrift, Rijksuniversiteit Utrecht, 1963.
   J.W.A. Remmen, Een onderzoek naar mogelijkheden om perinatale sterfte bij het rund te beperken, Proefschrift, Rijksuniversiteit Utrecht, 1976.
10. P. de Boer, Het afkalfpatroon in de Nederlandse melkveehouderij, Proefstation voor de rundveehouderij, Lelystad, 1977.
11. T. Lee, G. Judge, A. Zellner, Estimating the parameters of the Markov probability model from aggregate time series data, North Holland Publishing Company, Amsterdam, 1977.
12. J. Roemen, Berekening van de instroom van vaarzen in de Nederlandse melkveestapel, interne notitie, Katholieke Universiteit Brabant, 1986. In deze notitie werd i.v.m. de ons toentertijd ter beschikking staande rekenfaciliteiten het relatieve absolute afwijkingen criterium gehanteerd voor de berekening van de instroom van vaarzen. Het schattingsvraagstuk kan dan worden opgelost m.b.v. lineaire programmering.
13. H. Theil, Principles of Econometrics, Wiley, New York, 1971.
14. Meegedeeld door Ir. Elving, Faculteit der Diergeneeskunde, Rijksuniversiteit Utrecht.
15. Meegedeeld door Ir. J. Wilmink, Instituut voor Veeteeltkundig Onderzoek "Schoonoord" te Zeist.
   De volgende frequentiequotiënten werden gevonden voor de groep dieren waarbij drachtigheid optrad (± 95%):

| Aantal inseminaties tot drachtigheid | In procenten |
|---|---|
| 1 | 70.1 |
| 2 | 21.3 |
| 3 | 5.8 |
| 4 of meer | 2.8 |

   Omdat de tijd tussen 2 inseminaties gemiddeld op 1,5 maal de cycluslengte van omstreeks 3 weken gesteld kan worden, geven deze percentages ook de kansen, dat een fokpink die in maand m voor de eerste keer bevrucht wordt, nog in diezelfde maand resp. in maand m+1, m+2 enz. drachtig wordt.

16. Jaarverslag van de stichting/vereniging voor kunstmatige inseminatie bij rundvee, melkbaarheidsonderzoek en melkproductiecontrole, Arnhem, meerdere jaren.
17. L.S. Jarvis, Cattle as Capital Goods and Ranchers as Portfolio Managers: An Application to the Argentine Cattle Sector. Journal of Political Economy, 1974.
18. P. Gill, W. Murray, M. Saunders, M. Wright, User's Guide for SOL/QPSOL, Report SOL 83-7, Department of Operations Research, Stanford University, California, 1983.
19. P. Gill, W. Murray, M. Wright, Practical Optimization, Academic Press, London, 1981.

# 8. De modellering van de prijsverwachtingen in de beslissingsregels

## § 0. Inleiding

In de beslissingsregels die in hoofdstuk 6 zijn afgeleid, komen o.m. prijsverwachtingen voor. Aan dergelijke verwachtingen kan op een groot aantal manieren vorm gegeven worden. In dit hoofdstuk komt nu de hier gekozen uitwerking van deze verwachtingen aan de orde. In verband daarmee bespreken we in paragraaf 1 allereerst kort enkele vaak gehanteerde verwachtingenschema's. Het bestaan van een marktordening en de betekenis daarvan voor prijsverwachtingen blijven daarbij nog buiten beschouwing. Omdat het bestaan van een marktordening ongetwijfeld van betekenis is voor verwachtingen en omdat voor de hier bestudeerde markten dergelijke maatregelen gelden, wordt in paragraaf 2 een verwachtingenmodel behandeld waarin een eenvoudige wijze van marktordening is opgenomen. Deze bespreking vindt plaats tegen de achtergrond van de hier bestudeerde markten. We gebruiken dit model als referentiepunt teneinde zicht te verkrijgen op de manier waarop aan prijsverwachtingen in de hier bestudeerde situatie vorm gegeven zou kunnen worden. Paragraaf 3 opent met een korte beschrijving van de doeleinden van het Gemeenschappelijke landbouwbeleid en de concretisering daarvan. Nadat de inhoud van het begrip melkprijs is vastgelegd, volgt de voor de prijsverwachtingen uit het vorige hoofdstuk gekozen uitwerking, waarbij gebruik wordt gemaakt van resultaten uit de paragrafen 1 en 2. Hierna wordt paragraaf 3 afgesloten met de schatting van het model voor de prijsverwachting voor melk.

## § 1. De modellering van prijsverwachtingen

In deze paragraaf zullen enkele vaak gebruikte manieren waarop aan prijsverwachtingen wordt vormgegeven, kort besproken worden. We maken daarbij onderscheid tussen extrapolatie- en rationele verwachtingen. Kenmerkend voor extrapolatie-verwachtingen is, dat de voor een variabele verwachte waarde enkel bepaald wordt door de eigen historie van die variabele, terwijl deze in de theorie van de rationele verwachtingen niet alleen afhankelijk is van de eigen historie en van de door andere, exogene of (vertraagde) endogene variabelen aangenomen waarden, maar tevens bepaald wordt door alle relevante, beschikbare informatie. Achtereenvolgens zullen nu de binnen de extrapolatie-versie onderscheiden varianten, lopend van naïeve tot adaptieve verwachtingen, en de hypothese van de rationele verwachtingen aan de orde gesteld worden.

De hypothese van de naïeve prijsverwachting verduidelijken we aan de hand van een eenvoudige variant van het spinnewebmodel [1]. Van belang hierin is dat tussen de beslissing m.b.t. de voort te brengen hoeveelheid product en het verschijnen op de markt van deze productie een zekere tijd verstrijkt, zoals voor een groot aantal landbouwproducten het geval is. Met $q_t^v$ resp. $q_t^a$ de in periode t gevraagde resp. aangeboden hoeveelheid, $\tilde{p}_t$ de in periode t geldende prijs en ${}_{t-1}p_t^E$ de in periode t-1 voor periode t verwachte prijs, kan dit model als volgt worden weergegeven

$$\tilde{p}_t = a_{11} - b_{11}q_t^v \tag{8.1.1}$$

$$q_t^a = d_{11} + e_{11}\{{}_{t-1}p_t^E\} \tag{8.1.2}$$

$${}_{t-1}p_t^E = \tilde{p}_{t-1} , \tag{8.1.3}$$

waarin $a_{11}$, $b_{11}$, $c_{11}$, $d_{11}$ constanten $\geqq 0$ zijn.
Worden de aanbieders gekenmerkt door naïeve prijsverwachtingen, dan stellen zij de voor periode t verwachte prijs gelijk aan de prijs die geldt op het moment dat de beslissing t.a.v. de omvang van de op de markt aan te bieden hoeveelheid wordt genomen. Wanneer de producenten de naïeve verwachtingenhypothese volgen, kan de markt gekenmerkt worden door krachtige golfbewegingen. Dit dynamische gedrag kan onderzocht worden door voor iedere periode vraag en aanbod aan elkaar gelijk te stellen en het gedrag van de resulterende differentievergelijkingen te bezien. Hét voorbeeld van een fenomeen dat men heeft trachten te verklaren uit het bestaan van naïeve verwachtingen vormt de varkenscyclus [2].

Een voor de hand liggende verfijning van (8.1.3) is die waarbij de ontwikkeling van de prijzen in het recente verleden wordt meegenomen. In de eenvoudigste gedaante wordt de prijsverwachting dan gedefinieerd als [3],

$$ {}_{t-1}p_t^E = \tilde{p}_{t-1} + \eta(\tilde{p}_{t-1}-\tilde{p}_{t-2}) \ , \ \eta > 0 \tag{8.1.4} $$

Het meest algemene verwachtingenmechanisme is wellicht het "distributed lag model" [4]

$$ {}_{t-1}p_t^E = \sum_{i=1}^{n} w_i \ \tilde{p}_{t-i} \quad , \ \sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \quad , \ w_i \geqq 0 \tag{8.1.5} $$

Nemen we aan, dat de coëfficiënten $w_i$ een meetkundig dalende reeks vormen, d.w.z. $w_i = \lambda(1-\lambda)^{i-1}$, $i = 1,\ldots,\infty$, dan resulteert de door Cagan in een studie m.b.t. het fenomeen hyperinflatie naar voren gebrachte hypothese van de adaptieve verwachtingen [5]. We zullen deze verduidelijken m.b.v. de eenvoudigste variant van de door Nerlove ontwikkelde modellen voor vraag en aanbod van landbouwproducten [6].

$$ \tilde{p}_t = a_{22} - b_{22} \ q_t^v \tag{8.1.6} $$

$$ q_t^a = d_{22} + e_{22} \ \{{}_{t-1}p_t^E\} \tag{8.1.7} $$

$$ {}_{t-1}p_t^E - {}_{t-2}p_{t-1}^E = \gamma \ \{\tilde{p}_{t-1} - {}_{t-2}p_{t-1}^E\} \ , \ 0 < \gamma < 1 \tag{8.1.8} $$

Vergelijking (8.1.8) belichaamt de adaptieve verwachtingenhypothese. Volgens deze veronderstelling passen de producenten hun prijsverwachtingen aan aan de laatst bekende stand van zaken v.w.b. de prijs. De verandering in de prijsverwachting is daarbij gelijk aan een fractie van het verschil tussen de prijsverwachting voor de lopende periode en de feitelijk in deze periode geldende prijs. (8.1.8) kan ook worden geschreven als

$$ {}_{t-1}p_t^E = \gamma\tilde{p}_{t-1} + (1-\gamma)\,{}_{t-2}p_{t-1}^E \tag{8.1.9} $$

De voor periode t verwachte prijs komt tot stand als gewogen gemiddelde van de feitelijke prijs in periode t-1 en de voor periode t-1 verwachte prijs, het door Cagan gekozen uitgangspunt. De uitschrijving van (8.1.9) levert de verwachte prijs als gewogen gemiddelde van gerealiseerde prijzen, waarbij de wegingscoëfficiënten een meetkundig dalende reeks vormen.

$$_{t-1}p_t^E = \gamma \sum_{k=0}^{\infty} (1-\gamma)^k \tilde{p}_{t-1-k} \tag{8.1.10}$$

M.b.v. het adaptieve verwachtingenmodel geeft Nerlove uitdrukking aan zijn overtuiging dat producenten van landbouwproducten zich bij hun beslissingen baseren op een "normale" prijs, $_{t-1}p_t^E$, die ze aanpassen aan de laatst bekende prijs. Overschrijdt de feitelijke prijs de verwachte, "normale" prijs, dan wordt de "normale" prijs voor de komende periode in opwaartse richting bijgesteld. Blijft de werkelijke prijs echter ten achter bij de verwachte, "normale" prijs, dan volgt een aanpassing van de verwachting in neerwaartse richting. De mate van aanpassing wordt daarbij bepaald door de coëfficiënt $\gamma$. Dit dynamische gedrag kan worden onderzocht door $q_t^v$ en $q_t^a$ in (8.1.6) en (8.1.7) in iedere periode aan elkaar gelijk te stellen en de resulterende differentievergelijking op te lossen.

Een indruk van de mate waarin van het adaptieve verwachtingenmechanisme gebruik is gemaakt, geeft de monografie van Askari en Cummings [7]. In deze monografie wordt een groot aantal studies besproken, waarin van varianten van het model (8.1.6) tot en met (8.1.8) gebruik werd gemaakt.

De grote populariteit van het adaptieve verwachtingenmodel neemt niet weg, dat er enkele bezwaren tegenin gebracht kunnen worden. Allereerst heeft o.a. Nerlove zelf erop gewezen, dat het dynamische gedrag van prijs en hoeveelheid dat met het model (8.1.6) tot en met (8.1.8) verkregen wordt, ook gegenereerd kan worden met een variant van het spinnewebmodel. In deze variant wordt de feitelijke productie vertraagd aangepast aan de gewenste output, terwijl het niveau van de gewenste productie wordt bepaald door de prijs in de afgelopen periode. Behalve op deze identificatieproblematiek is verder o.a. gewezen op de omstandigheid dat vanuit een theoretisch standpunt moeilijk valt in te zien, waarom een vertragingsstructuur geometrisch zou moeten zijn. Solow stelt daarom de Pascalverdeling voor, waarvan de gewichten voor de opeenvolgende perioden eerst toenemen en pas vanaf een zeker moment in de tijd afnemen [8].

Onbevredigend in de extrapolatie-versies is steeds, dat daarin slechts een deel van de beschikbare informatie wordt meegenomen. In de modellen hierboven bijv. zijn de beslissingen van de producenten m.b.t. de te produceren hoeveelheid output enkel gebaseerd op de prijs van het betreffende product, maar blijft informatie als bijvoorbeeld het gedrag van de vraag buiten beschouwing. Tobin merkt in dit verband op: "Extrapolative expectations are almost surely inaccurate gauges of expectations. Consumers, workers and businessmen.... do read newspapers and they do know better than to base expectations on simple extrapolation of price series alone" [9]. Muth is van mening: "To make dynamic economic models complete, various expectational formulas have been used. There is, however, little evidence to suggest that the presumed relations bear a resemblance to the way the economy works" [10]. Volgens hem kan niet worden volstaan met verwachtingenmechanismen die niet reageren op veranderingen in de structuur van het economische systeem. Verwacht mag worden, dat economische subjecten de manier waarop zij hun verwachtingen vormen, veranderen, wanneer de structuur van het economische systeem en/of de informatie zich wijzigt. In de extrapolatie-versies kan dergelijke informatie niet meegenomen worden.

In het rationele verwachtingenmodel, naar voren gebracht door Muth [10], wordt dit bezwaar opgeheven. In de volgens deze hypothese gevormde verwachtingen kan de informatie die m.b.t. het economische systeem beschikbaar is, wel meegenomen worden. Dat is mogelijk, doordat hier een verband wordt gelegd tussen het gedrag van het economische systeem en de verwachtingen van de economische subjecten. Rationele verwachtingen zijn daarom in het algemeen niet strikt extrapolatief, maar hangen ook af van andere, exogene en (vertraagde) endogene variabelen alsmede van de overige relevante informatie. De volgens deze hypothese tot stand gekomen verwachtingen zijn daarmee consistenter met het onderliggende economische systeem dan die, gegenereerd met extrapolatie-modellen.

De hypothese van de rationele verwachtingen werd door Muth als volgt verwoord: "I should like to suggest that expectations, since they are informed predictions of future events, are essentially the same as the predictions of the relevant economic theory". Of, met de woorden van Sargent en Wallace: "Expectations about a variable are said to be rational if they depend, in the proper way, on the same things that economic theory says actually determine that variable" [11]. Volgens deze hypothese zijn de (subjectieve) verwachtingen van economische subjecten t.a.v. een variabele in een model rationeel, wanneer zij voor die variabele een waarde voorspellen die gemiddeld gelijk is aan de mathematische verwachting van die variabele. De mathematische verwachting is daarbij conditioneel op alle informatie die beschikbaar is op het moment dat de verwachtingen worden gevormd. De beschikbare informatie omvat daarbij niet alleen de realisaties van de variabele in kwestie, maar ook die van hiermee verband houdende variabelen, de tussen alle betrokken variabelen bestaande relatiestructuur, alsmede tenslotte data van kwalitatieve aard. Deze informatie kan in de tijd enkel toenemen, nooit afnemen. De hypothese houdt niet in, dat alle economische subjecten dezelfde verwachtingen bezitten. Deze mogen van elkaar afwijken, doch gemiddeld over de subjecten zijn ze gelijk aan de conditionele mathematische verwachting. Met de woorden van Muth: "...that expectations of firms (or, more generally, the subjective probability distribution of outcomes) tend to be distributed, for the same information set, about the prediction of the theory (or the "objective" probability distribution of outcomes)".

Ervan uitgaande dat de stochastische variabelen $(\tilde{\underline{p}}_t, \underline{I}_{t-1})$ met $\underline{I}_{t-1}$ de informatieverzameling waarin alle relevante informatie tot en met periode t-1 is opgenomen, een simultane verdeling bezitten, kan het rationele verwachtingenmodel als volgt geformaliseerd worden.

$$_{t-1}p_t^E = E\{\tilde{\underline{p}}_t | I_{t-1}\} \tag{8.1.11}$$

Een dergelijke conditionele verwachting die zich ontwikkelt door het beschikbaar komen van nieuwe informatie vormt de basis van de martingaal theorie, verg. Samuelson [12] en Mandelbrot [13].
Voor de voorspelfout $\underline{\xi}_t = \tilde{\underline{p}}_t - {}_{t-1}p_t^E$ geldt

$$\begin{aligned} E\{\underline{\xi}_t\} &= E\{\tilde{\underline{p}}_t - {}_{t-1}p_t^E\} \\ &= E\{E\{\tilde{\underline{p}}_t - E\{\tilde{\underline{p}}_t | I_{t-1}\}\} | I_{t-1}\} \\ &= E\{E\{\tilde{\underline{p}}_t | I_{t-1}\} - E\,\{\tilde{\underline{p}}_t | I_{t-1}\}\} = 0, \end{aligned} \tag{8.1.12}$$

zodat er geen systematische afwijking van $\tilde{\underline{p}}_t$ t.o.v. $_{t-1}p_t^E$ bestaat. Verder geldt, dat de verwachting van de voorspelfout, geconditioneerd naar een willekeurige deelverzameling van $\underline{I}_{t-1}$, gelijk is aan 0

$$E\{\underline{\xi}_t|II_{t-1}\} = E\{\{\tilde{\underline{p}}_t - E\{\tilde{\underline{p}}_t|I_{t-1}\}\}|II_{t-1}\}$$

$$= E\{\tilde{\underline{p}}_t|II_{t-1}\} - E\{E\{\tilde{\underline{p}}_t|I_{t-1}\}|II_{t-1}\}$$

$$= E\{\tilde{\underline{p}}_t|II_{t-1}\} - E\{\tilde{\underline{p}}_t|II_{t-1}\} = 0 \ , \qquad (8.1.13)$$

waarbij $II_{t-1} \subseteqq I_{t-1}$ incl. de nulverzameling, verg. (8.1.12) [14]. Dientengevolge is de voorspelfout voor periode t niet gecorreleerd met enige informatie die in periode t-1 in de informatieset beschikbaar is. Voor verdere eigenschappen van de voorspelfout zij verwezen naar Shiller [15].

Net als het extrapolatie-mechanisme zullen we de rationele verwachtingen hypothese verduidelijken m.b.v. een eenvoudig model van vraag en aanbod. Dit, aan Sheffrin [16] ontleende, model luidt als volgt

$$\tilde{\underline{p}}_t = -b_{33}\, \underline{q}_t^v + c_{33}\, \underline{y}_t + \underline{\varepsilon}_t \qquad (8.1.14)$$

$$\underline{q}_t^a = e_{33}\{{}_{t-1}p_t^E\} + f_{33}\, \underline{w}_t + \underline{\eta}_t \qquad (8.1.15)$$

Hierin staat $\underline{y}_t$ voor een inkomensvariabele, $\underline{w}_t$ voor een weersvariabele en $\underline{\varepsilon}_t$ en $\underline{\eta}_t$ voor een storingsterm, onafhankelijk van $\underline{y}_t$ resp. $\underline{w}_t$. Aangenomen wordt, dat

$$E\{\underline{\varepsilon}_t\} = E\{\underline{\eta}_t\} = 0 \qquad \text{en dat}$$

$$Cov\{\underline{\varepsilon}_k,\underline{\varepsilon}_s\} = \delta_{ks}\, V\{\underline{\varepsilon}\}, \qquad Cov\{\underline{\eta}_k,\underline{\eta}_s\} = \delta_{ks}\, V\{\underline{\eta}\},$$

$k,s = 1,2,\ldots$, $\delta_{ks} = 1$ voor $k = s$ en 0 elders. Doordat de storingstermen niet gekenmerkt worden door autocorrelatie, is de verwachting van de storingstermen, geconditioneerd naar de informatieset waarin o.m. de realisaties van de storingsterm zijn opgenomen, gelijk aan nul

$$E\{\underline{\varepsilon}_t|I_{t-1}\} = E\ \{\underline{\eta}_t|I_{t-1}\} = 0 \qquad (8.1.16)$$

Ervan uitgaande dat de variabele $\tilde{\underline{p}}_t$ in iedere periode zorgt voor gelijkheid van vraag en aanbod, volgt, dat

$$\tilde{\underline{p}}_t = c_{33}\, \underline{y}_t + \underline{\varepsilon}_t - b_{33}\{e_{33}\{{}_{t-1}p_t^E\} + f_{33}\, \underline{w}_t + \underline{\eta}_t\} \qquad (8.1.17)$$

Nemen we aan dat ${}_{t-1}p_t^E$ tot stand komt volgens de rationele verwachtingenhypothese, zodat

$$ {}_{t-1}p_t^E = E\{\tilde{\underline{p}}_t | I_{t-1}\} \qquad (8.1.18) $$

en bepalen we deze rationele verwachting voor (8.1.17), dan resulteert

$$ {}_{t-1}p_t^E = \frac{c_{33}\ E\{\underline{y}_t | I_{t-1}\} - b_{33}f_{33}\ E\{\underline{w}_t | I_{t-1}\}}{1 + b_{33}e_{33}} \qquad (8.1.19) $$

In (8.1.19) wordt ${}_{t-1}p_t^E$ bepaald door de verwachting van de exogene variabelen alsmede de parameters uit de vraag- en aanbodvergelijking. Uitgaande van Muth's hypothese gedragen de producenten zich bij het vormen van hun prijswachting t.a.v. $\tilde{\underline{p}}_t$, alsof alle relevante informatie uit het model gebruikt wordt, alsof zij zowel de modelparameters als de conditionele verwachtingswaarden van $\underline{y}_t$ en $\underline{w}_t$ kennen.

Alvorens enige van de nog schaarse toepassingen van het rationele verwachtingenmodel op landbouwproducten aan te stippen wijzen we op enkele van de tegen deze hypothese naar voren gebrachte bezwaren. Zo is bijv. opgemerkt, dat de hypothese voorbijgaat aan de vraag hoe de economische subjecten de kennis van de verdelingsfuncties verwerven. Tegengeworpen is verder, dat het weinig realistisch is aan te nemen dat economische subjecten op zo intelligente wijze informatie gebruiken als deze hypothese verlangt. Voor een gedetailleerde behandeling van deze en verdere punten van kritiek zij verwezen naar Sheffrin [16] en Begg [17].

M.b.t. de hypothese van de rationele verwachtingen is een groot aantal studies gepubliceerd. Een overzicht van "the state of the art" voor het macrobereik geeft de monografie uitgegeven onder redactie van Sargent en Lucas [18] of die van Sijben [19]. Ook is in talrijke empirische studies van dit schema gebruik gemaakt. De belangrijkste toepassing van deze hypothese in de macro-economische literatuur is die m.b.t. de afruilvoet tussen inflatie en werkgelegenheid, de zgn. "natural rate of unemployment", aan de orde gesteld door Lucas en Sargent [20]. Een overzicht van de studies waarin deze hypothese vertaald wordt naar financiële markten of daar empirisch geverifieerd wordt, wordt gegeven door Fama [21]. Binnen de landbouweconomische literatuur is het aantal publicaties m.b.t. deze hypo-

these of de verificatie daarvan nog bescheiden. Naast de studies die betrekking hebben op de sector als geheel zijn er resultaten gepubliceerd m.b.t. de markten voor enkele landbouwproducten. Tot de eerste categorie behoort bijv. de studie van Cooley en DeCanio waarin deze hypothese voor de periode 1875-1914 voor de Noord-Amerikaanse landbouwsector onderzocht wordt [22] en de theoretisch geïnspireerde studie van Eckstein waarin op basis van rationele verwachtingen een evenwichtsmodel voor een landbouwproduct wordt ontwikkeld [23].
Een bekend voorbeeld van een onderzoek waarin deze hypothese voor één enkel landbouwproduct wordt onderzocht, vormt de studie van Huntzinger m.b.t. de Noord-Amerikaanse markt voor kalkoenenvlees [24]. Dit onderzoek heeft een vervolg gekregen in de studie van Sheffrin samen met Goodwin [25]. Als voorbeeld kan verder genoemd worden de studie van Cox [26], die van Jameson [27], het onderzoek van Fisher [28] en dat van Shonkwiler en Emerson [29]. De kern van deze studies is steeds de ontwikkeling van een model als gegeven in (8.1.14) en (8.1.15).

## § 2. Prijsverwachtingen bij marktordening

Bij de bespreking van de verwachtingenmodellen in de vorige paragraaf zijn we ervan uitgegaan, dat de markt niet op de een of andere wijze geordend is. Aanbod noch vraag wordt gerantsoeneerd, noch is het gebied waarover de prijs kan bewegen aan enige inperking onderhevig. De hier bestudeerde markten worden echter wel door ordening gekenmerkt. D.m.v. onder meer een minimumprijs bij invoer in de Gemeenschap alsmede een aan de producenten gegarandeerde minimumprijs tracht de marktordenende instantie die opbrengstprijs voor de producenten te realiseren die wenselijk wordt geacht. Omdat het bestaan alsmede de inrichting van een marktordening ongetwijfeld van betekenis is voor de prijsverwachtingen van de producenten, kan dit aspect hier niet buiten beschouwing blijven. In verband daarmee behandelen we in deze paragraaf een model waarin een eenvoudige vorm van marktordening is opgenomen. Deze ordening betreft het bestaan van een aan de producenten gegarandeerde minimumprijs. Behalve als middel om een indruk te krijgen van de betekenis van een marktordening voor de (rationele) prijsverwachtingen van de producenten gebruiken we dit model als referentiepunt. Door het te bezien in het perspectief van de in de Gemeenschap geldende marktordening wordt het zicht op de factoren, waarmee bij de modellering van de prijsverwachtingen voor de hier bestudeerde markten rekening moet worden gehouden, scherper. Voor de uitwerking hiervan sluiten we aan bij studies van Shonkwiler en Maddala [30] alsmede Riboud en Rausser [31]. We maken daarbij gebruik van de volgende herschrijving van het model (8.1.14).

$$\tilde{\underline{p}}_t = -b_{44}\, \underline{q}_t^v + c_{44}\, \underline{y}_t + \underline{\eta}_{1,t} \tag{8.2.1}$$

$$\underline{q}_t^a = e_{44}\{{}_{t-1}p_t^E\} + f_{44}\, \underline{w}_t + \underline{\eta}_{2,t}\,, \tag{8.2.2}$$

waarbij $\underline{\eta}_{1,t}$ en $\underline{\eta}_{2,t}$ normaal verdeeld zijn met verwachtingswaarde 0 en

$\mathrm{Cov}\{\underline{\eta}_{1,k},\underline{\eta}_{1,s}\} = \delta_{ks}\ V\{\underline{\eta}_1\}$ en $\mathrm{Cov}\{\underline{\eta}_{2,k},\underline{\eta}_{2,s}\} = \delta_{ks}\ V\{\underline{\eta}_2\}$ ,

$k,s = 1,2,\ldots,\ \delta_{ks} = 1$ voor $k = s$ en 0 elders.

Zonder regulering, het <u>oude</u> regime, wordt, uitgaande van (8.2.1) en (8.2.2), de voor gelijkheid van vraag en aanbod zorgdragende marktprijs, $\underline{p}_{to}$, gegeven door

$$\underline{p}_{to} = -b_{44}\{e_{44}({}_{t-1}p_t^E) + f_{44}\, \underline{w}_t + \underline{\eta}_{2,t}\} + c_{44}\, \underline{y}_t + \underline{\eta}_{1,t} \tag{8.2.3}$$

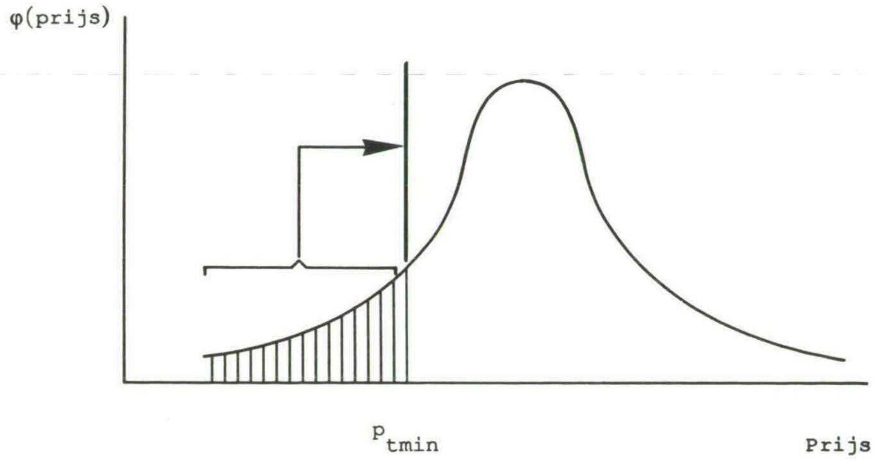
en de rationele prijsverwachting van de producenten door

$$\begin{aligned} {}_{t-1}p_{to}^E = E\{\underline{p}_{to}|I_{t-1}\} = (1+b_{44}e_{44})^{-1}\ \{c_{44}\ E\{\underline{y}_t|I_{t-1}\} + \\ - b_{44}\ f_{44}\ E\{\underline{w}_t|I_{t-1}\}\}, \end{aligned} \tag{8.2.4}$$

eenzelfde resultaat als gevonden in (8.1.19).
Bij regulering, het <u>nieuwe</u> regime, komen de zaken echter anders te liggen. Onder regulering verstaan we daarbij het bestaan van een aan de producenten gegarandeerde minimumopbrengstprijs. Viel onder het oude regime de opbrengstprijs voor de producenten samen met de marktprijs, onder het nieuwe regime moet onderscheid gemaakt worden tussen enerzijds de voor evenwicht tussen vraag en aanbod zorgdragende marktprijs en anderzijds de opbrengstprijs voor de producenten. Onder het nieuwe regime kan marktevenwicht zowel bij een prijsniveau boven als beneden de aan de producenten

gegarandeerde minimumprijs tot stand komen. Wanneer onder dit regime het marktevenwicht tot stand komt op een prijsniveau boven de minimumprijs, dan ontvangen de producenten deze hogere (markt)prijs, terwijl ze op de minimumprijs mogen rekenen, wanneer het marktevenwicht tot stand komt bij een lagere dan de minimumprijs. Terwijl voor de voor gelijkheid van vraag en aanbod zorgende marktprijs geen inperking geldt, is de opbrengstprijs van de producenten naar beneden begrensd. Welke prijs hun product ook op de markt moge opbrengen, steeds ontvangen zij tenminste de minimumprijs. In termen van verdelingsfuncties houdt het bovenstaande in, dat onder het oude regime de verdelingsfunctie van de opbrengstprijs voor de producent gelijk is aan die van de marktprijs, terwijl deze onder het nieuwe regime als gevolg van de verlegging van kansmassa van elkaar verschillen. In figuur 8.2.1 hieronder, waarin de dichtheid van de opbrengstprijs voor de producent onder het oude en nieuwe regime is weergegeven, verschuift onder het nieuwe regime de kansmassa beneden de minimumprijs, $p_{tmin}$, naar deze minimumprijs.

Figuur 8.2.1 De dichtheid van de opbrengstprijs voor de producent onder het oude en nieuwe regime




Een voorbeeld van een dergelijke ordening levert de regulering van de Nederlandse zuivelmarkt in de jaren 1945 tot 1968. Steeds wanneer de opbrengstprijs op de markt bleef beneden de door de staat gegarandeerde

minimumprijs, werd het verschil met dit minimum bijgepast door de staat via het Landbouw Egalisatie Fonds [32].
Wanneer de producenten hun beslissing m.b.t. het aanbod in overeenstemming met de theorie van de rationele verwachtingen nemen, zullen ze onder het nieuwe regime hun prijsverwachtingen niet alleen baseren op de werking van de krachten van de vrije markt, zoals onder het oude regime, maar ook op het bestaan van een gegarandeerde minimumprijs. Met $p_{tmin}$ de minimumopbrengstprijs voor de producenten in periode t geldt nu voor de prijsverwachting, ${}_{t-1}p^E_{tn}$,

$$ {}_{t-1}p^E_{tn} \geqq p_{tmin} \tag{8.2.5} $$

Onder het nieuwe regime blijft gelden, dat de prijsverwachting een functie is van de marktevenwichtprijs, maar voor de bepaling van de prijsverwachting is het nu bovendien nodig te weten, of de evenwichtprijs op de markt tot stand komt op een niveau boven of beneden de minimumprijs voor de producenten. We zullen de evenwichtprijs op de markt onder het nieuwe regime aangeven met $\underline{p}_{tn}$. Ervan uitgaande, dat ook na de invoering van de gegarandeerde minimumprijs de oorspronkelijke dichtheid en uitkomstenruimte van de marktevenwichtprijs behouden blijft, geldt dat $\underline{p}_{tn} = \underline{p}_{to}$. Met ${}_{t-1}p^E_{tn1}$ resp. ${}_{t-1}p^E_{tn2}$ de rationele prijsverwachting bij een evenwichtmarktprijs boven resp. gelijk of kleiner dan de minimumprijs en $P_1$ resp. $(1-P_1)$ de kans dat marktevenwicht boven resp. op of beneden de minimumprijs tot stand komt, geldt onder het nieuwe regime

$$ {}_{t-1}p^E_{tn} = P_1\{{}_{t-1}p^E_{tn1}\} + (1-P_1)\{{}_{t-1}p^E_{tn2}\}, \tag{8.2.6} $$

of, aangezien $\{{}_{t-1}p^E_{tn2}\} = p_{tmin}$,

$$ {}_{t-1}p^E_{tn} = P_1\{{}_{t-1}p^E_{tn1}\} + (1-P_1)\, p_{tmin} \tag{8.2.7} $$

De prijsverwachting van de producenten onder het nieuwe regime ligt hoger dan die onder het oude regime, aangezien

$$ p_{tmin} > E\{\{\underline{p}_{to} | \underline{p}_{to} \leqq p_{tmin}\} | I_{t-1}\} \tag{8.2.8} $$

Onder bepaalde veronderstellingen kunnen de elementen $P_1$ en ${}_{t-1}p^E_{tn1}$ uitgeschreven worden in termen van $p_{tmin}$ en de parameters en momenten van het model (8.2.1). De uitwerking hiervan is opgenomen in appendix 8.1 bij dit hoofdstuk. Het blijkt, dat men voor de bepaling van de prijsverwachting onder het nieuwe regime kan beschikken over een drietal vergelijkingen. Op de vraag of en onder welke voorwaarden daaruit ${}_{t-1}p^E_{tn}$ bepaald kan worden, zullen we echter niet ingaan, aangezien we van deze specificatie van een prijsverwachtingenschema geen gebruik zullen maken. Wel kan geconcludeerd worden, dat de bepaling van het rationele verwachtingenmechanisme voor een model met marktordening mathematisch en statistisch gezien gecompliceerder is dan voor een model zonder marktordening als (8.1.19).
We zullen geen gebruik maken van de verwachtingenspecificatie die op basis van (8.2.7) ontwikkeld kan worden, omdat deze de hier relevante marktordening nog zeer onvolledig vat. Weliswaar is een belangrijk ordeningsaspect als de aan de producenten gegarandeerde minimumprijs erin opgenomen, maar enkele belangrijke condities waarmee de producenten in de Gemeenschap bij de vorming van hun prijsverwachtingen te maken hebben, komen daarin niet of onvoldoende tot uitdrukking. Deze betreffen met name de aard van de goederen die op deze markten verschijnen alsmede de financiële consequenties van het garanderen van een minimumprijs aan de producenten. In verband daarmee bezien we dit model nader tegen de achtergrond van de hier bestudeerde markten.

Allereerst kan dan geconstateerd worden, dat de producenten in het model bij de vorming van hun prijsverwachtingen geen rekening (hoeven te) houden met niet geruimd aanbod uit voorgaande perioden. Volgens hun verwachtingen wordt de markt in iedere periode volledig geruimd en ontstaan er geen vraag- of aanbodoverschotten. Voor de producenten onder het Europese regime kan dit uitgangspunt echter niet gehandhaafd blijven. Omdat melk via de bereiding tot boter, (sommige) kaassoorten of melkpoeder verduurzaamd kan worden, is voorraadvorming hiervan, net als van rundvlees, mogelijk en zullen bij rationele verwachtingen het bestaan en de omvang van voorraden, net als het uit lopende productie beschikbaar komend aanbod, een rol spelen bij de vorming van prijsverwachtingen. Daarbij maakt het niet uit of deze voorraden uit een speculatief oogmerk zijn aangelegd [33] of dat ze zijn ontstaan door ingrijpen van de marktordeningsinstantie.

Verder kan geconstateerd worden, dat de producenten in het model zich niet hoeven te bekommeren om de financiële gevolgen van de marktordening, aangezien een koppeling tussen de minimumprijs en de uitgaven van de marktordeningsautoriteit ontbreekt. Wanneer in het model een marktevenwicht tot stand komt beneden de minimumprijs, wordt de aan de producenten gegarandeerde minimumopbrengst slechts voor een deel via de marktprijs gerealiseerd en dient de marktordeningsinstantie het ontbrekende deel bij te passen. In het model werkt deze subsidiëring niet door in de vaststelling van de minimumprijs voor de volgende periode. De minimumprijs is exogeen gegeven en staat los van de daardoor opgeroepen uitgaven. Ook dit uitgangspunt kan niet gehandhaafd worden. Tot de overwegingen op basis waarvan door de beleidsinstanties binnen de Gemeenschap de minimumprijs wordt vastgesteld, behoren o.m. de daardoor opgeroepen financiële gevolgen. Daarmee is de minimumprijs tenminste voor een deel endogeen bepaald en niet onafhankelijk van de Gemeenschappelijke markt.

Tenslotte dient, volledigheidshalve, opgemerkt te worden, dat in bovenstaand model wel de producenten-, maar niet de marktprijs en daarmee de prijs voor de consumenten naar beneden begrensd is, terwijl dat in de Gemeenschap zowel voor de producenten- als de consumentenprijs het geval is. Dat vindt zijn oorzaak daarin, dat producenten in de Gemeenschap (verduurzaamde) melk die op de markt de gegarandeerde minimumprijs niet opbrengt, ter overname kunnen aanbieden aan de marktordeningsinstantie. Dientengevolge kan de consumentenprijs in de Gemeenschap, nog afgezien van be- of verwerkingskosten, nooit dalen tot beneden de aan de producenten gegarandeerde minimumprijs, tenzij de marktordeningsinstantie bij doorverkoop met een lagere dan deze minimumprijs bereid is genoegen te nemen.

Samenvattend kan gesteld worden dat een modellering van de prijsverwachtingen van de producenten voor een situatie met marktordening de binnen de Gemeenschap geldende marktordening pas dan enigermate adequaat weergeeft, wanneer daarin ook met de verhouding tussen vraag en aanbod rekening wordt gehouden.

## § 3. De prijzen en prijsverwachtingen in de beslissingsregels

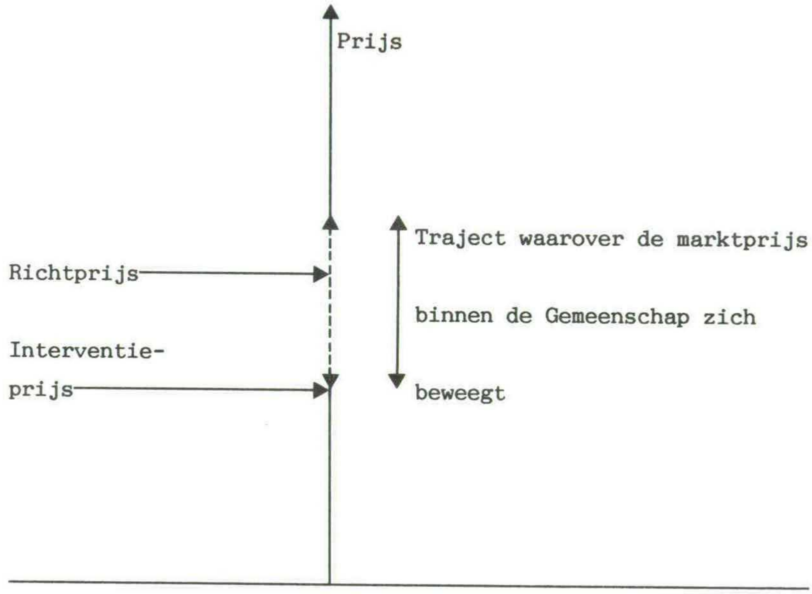
In de in hoofdstuk 6 afgeleide beslissingsregels komen drie groepen (reële) prijzen voor, nl. een groep die betrekking heeft op de lopende periode alsmede een tweetal waarin de verwachte reële prijzen zijn opgenomen die zullen gelden in de op de beslissingsperiode aansluitende perioden. Voor de melkprijs in de lopende periode komen twee prijzen in aanmerking, terwijl er, zoals uit de verkenning in paragraaf 1 is gebleken, een groot aantal mogelijkheden bestaat om vorm te geven aan prijsverwachtingen. In deze paragraaf komt nu aan de orde de keuze van de melkprijs die gehanteerd zal worden voor de lopende periode alsmede de modellering van de prijsverwachtingen voor de daarop aansluitende perioden. Omdat de inkomsten uit melk voor het hier in beschouwing genomen type bedrijf veel groter zijn dan die uit de verkoop van dieren, zal bij deze modellering de nadruk liggen op de formulering en het onderzoek van een verwachtingenschema voor de melkprijs. Daarbij zal rekening worden gehouden met het feit dat voor de zuivelmarkt een (zware) marktordening van toepassing is. In de modellering van deze verwachting zal bovendien de conclusie van paragraaf 2, dat nl. daarin het aspect van de voorraadvorming dient te zijn opgenomen, tot uitdrukking worden gebracht. In verband hiermee schetsen we hieronder eerst in hoofdlijnen de inhoud van deze marktordening en de wijze waarop deze is uitgewerkt alsmede de plaats ervan binnen het Gemeenschappelijke landbouwbeleid.

## § 3.1 De hoofdlijnen van de marktordening voor zuivel en rundvlees

In het verdrag van Rome zijn voor het Gemeenschappelijke landbouwbeleid vijf doelstellingen geformuleerd: de productiviteit te doen toenemen, de agrarische bevolking daardoor een redelijke levensstandaard te waarborgen, de markten te stabiliseren, de voedselvoorziening veilig te stellen en de consumenten redelijke prijzen te garanderen. Op basis van dit verdrag en de daaraan gegeven uitwerking tijdens de conferentie van Stresa werd in 1960 overeenstemming bereikt over de leidende beginselen voor de organisatie van het "Groene Europa". De hoofdcomponenten van het Gemeenschappelijke landbouwbeleid zijn sindsdien: het markt- en prijsbeleid, het handelsverkeer met derde landen en de structuurpolitiek. Van deze drie is in het kader van de onderhavige vraagstelling de eerste van overwegend belang en daartoe zullen we ons in het volgende beperken.

Het markt- en prijsbeleid wordt door drie principes gekenmerkt. Allereerst is er de eenheid van de markt die een vrij verkeer in landbouwproducten tussen de lidstaten mogelijk maakt. Verder beschermt de Gemeenschaps- of communautaire preferentie de Gemeenschappelijke markt tegen invoer tegen lage prijzen en tegen prijsschommelingen op de wereldmarkt. Tenslotte is er de financiële solidariteit van de lidstaten t.a.v. de financiering van het Gemeenschappelijke landbouwbeleid. D.m.v. marktordenende maatregelen is aan deze uitgangspunten concreet gestalte gegeven. Voor de zuivelmarkt zijn de hoofdtrekken van deze uitwerking weergegeven in onderstaand schema.

Figuur 8.3.1.1 De marktordening voor boter, mager melkpoeder en sommige kaassoorten




Het uitgangspunt in bovenstaande figuur is de marktprijs. Dat is de prijs die de producenten feitelijk voor hun melk ontvangen. Deze prijs komt tot stand als resultaat van vraag naar en aanbod van melk alsmede de in het kader van de Gemeenschappelijke marktordening voor zuivel genomen maatregelen. Het niveau van de marktprijs is noch over de jaren heen noch binnen een jaar constant. Als gevolg van veranderingen in de verhouding tussen vraag en aanbod schommelt het rondom de richtprijs, een grootheid die hieronder besproken zal worden. Met name tussen de prijzen die de veehouders voor de in de zomer en in de winter geproduceerde melk ontvangen, kan een fors verschil bestaan. Omdat de prijs die de producenten ontvangen, niet constant is gedurende het jaar, net zo min als het patroon, volgens

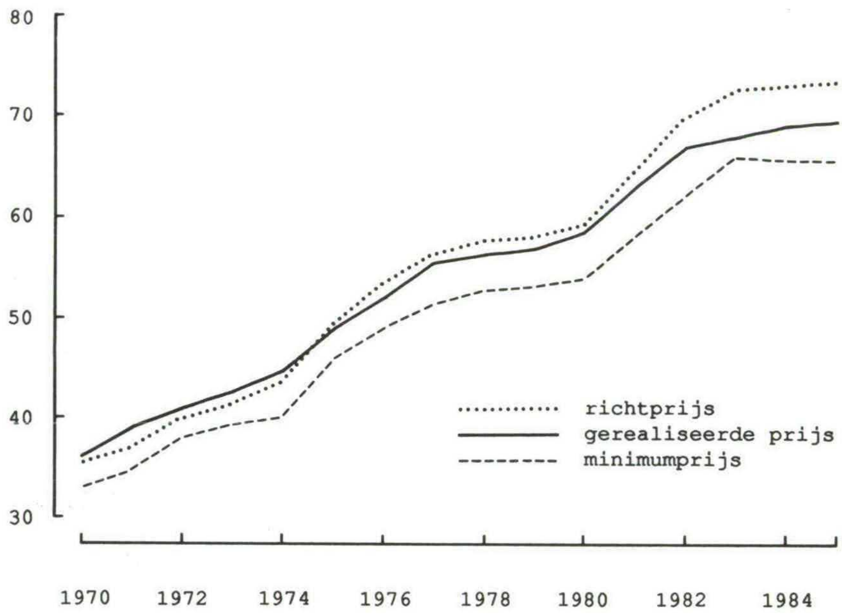
welk deze prijs zich in de loop van een jaar ontwikkelt, over de jaren heen hetzelfde blijft, staat de precieze hoogte van het in een jaar gemiddeld per kg. melk ontvangen bedrag niet eerder vast dan nadat dat jaar verstreken is.
In tegenstelling tot de marktprijs vertoont de richtprijs, althans in principe, geen fluctuaties binnen het jaar. Het niveau ervan wordt aan het begin van ieder landbouwprijsjaar door de raad van landbouwministers van de Gemeenschap vastgesteld en gedurende een geheel jaar op dat peil gehandhaafd. Het landbouwprijsjaar loopt daarbij in beginsel van 1 april tot en met 31 maart daaropvolgend. De richtprijs is de prijs die door de beleidsinstanties van de Gemeenschap voor producenten en consumenten redelijk wordt geacht en die deze instanties, rekening houdend met vraag en aanbod, via een stelsel van marktordeningsmaatregelen trachten te realiseren.
Idealiter valt de gemiddelde marktprijs over een landbouwprijsjaar samen met de richtprijs, maar feitelijk is dat eerder uitzondering dan regel. In de meeste jaren zal de marktprijs positief of negatief afwijken van de richtprijs. Wel mag aangenomen worden, dat de marktordeningsinstantie er, op straffe van verlies aan geloofwaardigheid van het gevoerde beleid, globaal genomen in slaagt grote verschillen tussen richtprijs en feitelijk gerealiseerde marktprijs te vermijden.
Doordat de richtprijs aan het begin van het prijsjaar wordt afgekondigd, beschikt de producent reeds bij de start van het jaar over een indicatie van de gemiddelde marktprijs die bij benadering in dat jaar gerealiseerd zal worden. Van deze informatie kan hij gebruik maken bij zijn beslissingen t.a.v. de bedrijfsvoering. Uiteraard heeft zo'n streefprijs daarbij meer betekenis voor producties waarvan de productiecyclus zich binnen het jaar afspeelt dan voor producties waarvan de cyclus een aantal prijsjaren beslaat. Bij beslissingen over producties met een cyclus van meer dan één jaar dient de producent zich nl. ook een idee te vormen van de opbrengstprijzen die in de op de beslissingsperiode volgende prijsjaren zullen gelden.
Zoals hiervoor al werd gesteld, wordt het niveau van de richtprijs, na vaak langdurige beraadslagingen, vastgesteld door de raad van landbouwministers. Omdat de belangen van de lidstaten t.a.v. de producten waarvoor een Gemeenschappelijke marktordening van toepassing is, niet steeds paral-

lel lopen, is altijd een onderhandelingselement aanwezig in deze beraadslagingen. Ofschoon de vaststelling van richtprijzen voor de verschillende producten zodoende tot stand komt in het kader van een "package deal", behoren tot de overwegingen op basis waarvan het niveau van de richtprijs voor een bepaalde sector wordt vastgesteld, steeds de ontwikkeling van de inkomens en de productiviteit in die sector [35], de gevolgen voor de afzet van het betreffende product alsmede de verhouding tussen vraag en aanbod van dat product [36]. Daarbij wordt niet alleen het onmiddellijk beginnende landbouwprijsjaar in beschouwing genomen, maar ook het recente verleden. De uit deze discussies resulterende richtprijs kan zodoende, tot op zekere hoogte, gezien worden als de uitdrukking van het compromis tussen overwegingen t.a.v. de vraag- en aanbodzijde van de markt voor het betreffende product.

Als derde prijsgrootheid is er de, uit de richtprijs afgeleide, interventieprijs, de minimumprijs. Het is de prijs die de producenten voor tot boter, magere melkpoeder en sommige kaassoorten verduurzaamde melk ontvangen bij aanbieding aan een publiek orgaan, de interventie-instantie. Hierdoor wordt een bodem in de Gemeenschappelijke zuivelmarkt gelegd. Zoals aan het einde van de vorige paragraaf al werd opgemerkt, kan nl. in de Gemeenschap geen marktprijs beneden deze minimumprijs tot stand komen. De producten die aangeboden worden aan de interventie-instantie, worden opgeslagen tot zich betere afzetmogelijkheden voordoen dan wel tegen verlaagde prijs of gratis voor speciale doeleinden ter beschikking gesteld. Daarbij kan bijv. gedacht worden aan voedselhulp aan derde wereld landen of aan gesubsidiëerde afzet aan bepaalde bevolkingsgroepen in bepaalde perioden.

In figuur 8.3.1.2 is het verloop van de drie hierboven ter sprake gekomen prijzen, markt-, richt- en interventieprijs, over de kalenderjaren 1970 tot en met 1985 weergegeven. Omdat de door de producent feitelijk ontvangen melkprijs wisselt met de organisatie waaraan hij melk levert, en omdat de richtprijs, en daarmee de interventieprijs, zeker aan het begin van, maar soms ook nog in de loop van een prijsjaar opnieuw wordt vastgesteld, betreft het hier steeds gemiddelden.

Figuur 8.3.1.2 De ontwikkeling van richtprijs, gerealiseerde prijs en minimumprijs van melk met 3,7% vet over de periode 1970-1985 (in guldens per 100 kg.)




Uit deze figuur kan de conclusie worden getrokken, dat de ontwikkeling van richtprijs en feitelijk gerealiseerde prijs tot en met het jaar 1982 nauw met elkaar overeenstemmen. Vanaf 1983 is de mate van overeenstemming tussen deze grootheden echter, met een verschil ertussen van ongeveer 6%, belangrijk kleiner.

Behalve maatregelen in de prijssfeer omvat de ordening van de éne, Gemeenschappelijke markt ook de regulering van de import in en de export vanuit de Gemeenschap. Door de regelingen die gelden bij de invoer in en de uitvoer uit de Gemeenschap, wordt de Gemeenschappelijke markt afgeschermd van de wereldmarkt. D.m.v. een heffing op de invoerprijs wordt de prijs van geïmporteerde zuivelproducten, rekening houdend met de kosten van vervoer, handling en dergelijke, opgetrokken tot het niveau van de richtprijs. Bij export vanuit de Gemeenschap wordt de omgekeerde weg gevolgd. M.b.v. een restitutie wordt dan het verschil tussen de richtprijs en de prijs op de wereldmarkt overbrugd. Omdat de prijs op de wereldmarkt

in de tijd varieert, is het bedrag van de heffing bij import en van de restitutie bij export variabel.
Naast en in aanvulling op bovenstaande regelingen kunnen in crisissituaties drastischer maatregelen worden getroffen. Zo is bijv. in 1971/72, toen de voorraden zuivelproduct een tot dan toe ongekende hoogte bereikten, de productiecapaciteit ingekrompen via een afslachtactie van melkvee.

De ordening van de Gemeenschappelijke rundvleesmarkt komt globaal genomen overeen met die van de zuivelmarkt. Ook deze kent een wenselijk geacht prijsniveau, hier oriëntatieprijs genoemd, heffingen en subsidies bij import in en export uit de Gemeenschap alsmede een interventieprijs. Ter ondersteuning van het niveau van de producentenprijs bestaan er hier echter twee vormen van interventie. De eerste daarvan houdt in, dat rundvlees wordt aangekocht door de interventie-instantie en wordt opgeslagen om te gelegener tijd weer te worden verkocht, net zoals geldt voor de zuivelsector. De mogelijkheden tot aanbieding van rundvlees aan het interventiebureau zijn hier echter geringer dan in de zuivelsector. Wordt alle tot boter en mager melkpoeder (of sommige kaassoorten) verwerkte melk mits van de vereiste kwaliteit bij aanbieding overgenomen door de interventie-instantie tegen de geldende interventieprijs, in de rundvleessector staat deze vorm van interventie alleen open voor (karkas)delen van meststieren en vrouwelijk mestvee. Bovendien kunnen deze soorten slechts gedurende enkele maanden per jaar voor overname worden aangeboden. De tweede vorm van interventie is de particuliere opslagregeling. Hierbij wordt het vlees niet door de Gemeenschap aangekocht, maar wordt een vergoeding gegeven aan diegenen die bereid zijn een hoeveelheid vlees gedurende een aantal maanden op te slaan en op die manier de markt te ontlasten. Ofschoon in de eerste interventiemaatregel niet voorzien is in interventie voor de in deze studie onderscheiden rundvleessoorten en er zodoende geen interventieprijzen voor deze soorten bestaan, doch alleen marktprijzen, mag aangenomen worden, dat zowel deze interventievorm als de particuliere opslagregeling vanwege het bestaan van substitutiemogelijkheden tussen de verschillende soorten rundvlees van invloed is op het niveau waarop de marktprijzen van kalveren, pinken en slachtkoeien tot stand komen. Van een zo duidelijke invloed als geldt in de zuivelsector, zal echter geen sprake zijn voor de hier relevante soorten.

De uitgaven en inkomsten verbonden aan de marktordening werden tot 1977 door de Gemeenschap alleen gedragen en vanaf dat jaar door zowel de

Gemeenschap als de producenten. De producenten nemen sinds 16 september 1977 aan de financiering deel via de zgn. medeverantwoordelijkheidsheffing en vanaf 1 april 1984 ook nog via de zgn. superheffing. De medeverantwoordelijkheidsheffing is een heffing op alle bij de zuivelfabrieken aangeleverde melk, terwijl de superheffing wordt geheven op alle melk die boven een bepaald quotum wordt aangevoerd.

De in het kader van het Gemeenschappelijke landbouwbeleid vastgestelde prijzen luidden bij de totstandkoming van de Gemeenschap in rekeneenheden, een fictieve munt waarvan de waarde overeenkwam met de bij het IMF aangemelde goudpariteit van de US-dollar. Dank zij het Bretton Woods stelsel van vaste wisselkoersen was de omrekening van de in rekeneenheden vastgestelde Gemeenschappelijke prijzen naar nationale valuta een eenvoudige zaak. Als gevolg van de wijze waarop de consequenties van re- en devaluaties werden verwerkt, ging deze eenvoud rond 1970 verloren. Wanneer een lidstaat zijn munt revalueert, zouden de in de desbetreffende valuta uitgedrukte Gemeenschappelijke landbouwprijzen moeten dalen met het percentage van de revaluatie. Het omgekeerde zou moeten gelden ingeval van devaluatie. Omdat deze consequentie door de meeste lidstaten voor producenten en/of consumenten onaanvaardbaar werd geacht, werd besloten het daardoor dreigende uiteenvallen van de Gemeenschappelijke markt te voorkómen door het invoeren van een stelsel van correcties op de prijzen bij de grenzen van de lidstaten overschrijdende transacties, de monetaire compenserende bedragen, MCB's. Een lidstaat met een gedeprecieerde munt kent deze monetaire compenserende bedragen toe bij invoer en heft ze bij export. Het omgekeerde geldt voor een lidstaat met een geapprecieerde munt. Van dit correctiemechanisme is men gebruik blijven maken, toen naderhand het systeem van vaste wisselkoersen werd verlaten en werd overgegaan op een systeem van zwevende wisselkoersen. Het is een omstreden kwestie of de MCB's enkel de eenheid van de Gemeenschappelijke markt hebben bewaard of dat deze ook van invloed waren en zijn op de omvang van de landbouwproductie in de lidstaten [37]. Vanaf 1983 worden de Gemeenschappelijke landbouwprijzen vastgesteld in ECU's (European Currency Units), de nieuwe munt van het Europese Monetaire stelsel (EMS).

## § 3.2 De modellering van de prijsverwachting voor melk

Keren we na bovenstaande precisering van de inhoud en de achtergrond van de hier relevante marktordening terug naar het thema: de concretisering van de in (6.2.11) en (6.2.13) vóórkomende prijsvariabelen met inachtneming van het feit, dat de markt geordend is. Beginnen we met de melkprijs die aangehouden gaat worden voor de lopende periode.
Op basis van het voorgaande kan daarvoor uit een tweetal prijsgrootheden gekozen worden nl. uit de gemiddeld per kg. gerealiseerde opbrengstprijs en de richtprijs. Omdat richt- en marktprijs blijkens figuur 8.3.1.2 globaal genomen redelijk met elkaar overeenkomen en voor de meeste jaren zelfs dicht bij elkaar liggen - de correlatiecoëfficiënt bezit een waarde van ... -, maakt het weinig verschil welke van deze twee gekozen wordt. We geven echter de voorkeur aan de richtprijs. De voornaamste reden daarvoor is, dat deze als gevolg van de wijze waarop hij tot stand komt, in beginsel informatie geeft over de door de ministerraad gewenst geachte structurele ontwikkeling van de markt. Voor beslissingen t.a.v. de bedrijfsvoering vormt de richtprijs daarmee een beter uitgangspunt dan de mede onder invloed van toevallige oorzaken tot stand komende marktprijs. Een tweede reden is, dat met de richtprijs een belangrijk ordeningsaspect van de Gemeenschappelijke markt wordt meegenomen.

Omdat we voor de lopende periode de richtprijs aanhouden, ligt het voor de hand ook de melkprijzen, die door de veehouder verwacht worden voor de op de beslissingsperiode volgende twee landbouwjaren, te relateren aan de richtprijs. Daarbij beperken we ons echter tot de verwachting voor het landbouwprijsjaar dat onmiddellijk op de beslissingsperiode volgt. Op die manier kunnen we nl. een belangrijke vermindering van het aantal regressoren in (6.2.11) en (6.2.13) realiseren - alleszins wenselijk lettend op het resultaat van het voorgaande hoofdstuk -, terwijl desondanks de in de nu buiten beschouwing blijvende variabelen opgenomen informatie voor een deel behouden blijft. Doordat de informatie waarvan de veehouder gebruik maakt voor de verwachting in de eerste periode tenminste voor een belangrijk deel dezelfde is als die, die hij gebruikt voor de verwachting in het daarop aansluitende prijsjaar, zijn deze verwachtingen, statistisch gezien, afhankelijk en, naar aangenomen mag worden, nauw gecorreleerd. Waarnemingen t.a.v. de éne regressor bevatten in dit geval nauwelijks extra informatie m.b.t. de te verklaren variabele in vergelijking met de informatie die zit opgesloten in de waarnemingen aan de andere regressor. Worden nu beide verwachtingen als evenzovele verklarende variabelen genomen in een regressie-analyse t.a.v. $\underline{d}_t$ of $\underline{c}_t$, dan treedt als gevolg van de correlatie tussen de verwachtingen het probleem van multicollineariteit op. In die situatie is het niet langer mogelijk het effect van elk van deze regressoren op de regressand precies aan te geven. De schattingen van deze effecten zijn zowel onnauwkeurig als instabiel. Deze moeilijkheid kan verholpen worden door één van deze twee regressoren te laten vallen en de regressie-analyse met de overblijvende regressor uit te voeren. Omdat we het niet zinvol achten een tweetal verwachtingenschema's te ontwikkelen waarvan er slechts één gebruik kan worden, zien we ervan af voor elk van de twee verwachtingen een modellering te geven. In plaats daarvan formuleren we een model voor één van deze twee. We kiezen daarbij voor de verwachting voor het eerste op de beslissingsperiode volgende landbouwprijsjaar. Deze keuze rust op de overweging, dat met de afstand tot de beslissingsperiode ook de onzekerheid toeneemt over de ontwikkeling van de vraag/aanbod verhouding en de reactie daarop van de marktordeningsinstantie. Op basis van dit uitgangspunt zal in de vergelijkingen (6.2.11) en (6.2.13) de richtprijs voor de lopende periode alsmede één voor de, zowel nabije als verder verwijderde, toekomst verwachte melkprijs worden opgenomen. Omdat de overwegingen hierboven mut.mut. ook gelden t.a.v. de verwachte rundvleesprijzen en de verwachte inflatietempo's, zullen we dit uitgangspunt ook aanhouden voor deze verwachtingen. Voor de verwachte inflatie nemen we bovendien aan, dat deze gelijk is aan de meest recente realisatie d.w.z.

$$ {}_{t-1}i_t^E = i_{t-1} \qquad (8.3.2.1) $$

Voor de modellering van deze verwachtingen staan, zoals in paragraaf 1 is uiteengezet, een aantal mogelijkheden ter beschikking. De uitersten daarvoor worden gevormd door de naïeve en de rationele verwachting. Voor elk van deze mogelijkheden kunnen argumenten pro en contra gegeven worden, maar de weging van deze argumenten blijft een subjectieve zaak. Zo pleit voor het hanteren van een naïeve verwachting bijv. het gebruiksgemak. Een tegenargument is echter, dat dit model weinig realistisch is, aangezien hierin slechts een deel van de informatie waarover de producenten beschikken, is opgenomen. In het, qua daarin geïncorporeerde

informatie, zoveel rijkere rationele model wordt dit bezwaar opgeheven, doch daar staat weer tegenover, dat dit model nogal bewerkelijk is, omdat het de modellering van zowel de vraag- als de aanbodzijde van de markt vereist. Zulks geldt temeer, wanneer bovendien nog rekening moet worden gehouden met de ordening van de markt. Zoals blijkt uit de opmerkingen bij het in paragraaf 2 besproken rationele model voor een eenvoudige vorm van marktordening, behoeft dit model nog beduidende uitbreidingen, wil het toepasselijk geacht kunnen worden op de hier bestudeerde situatie. Daarbij gaan we nog voorbij aan de complicatie, dat de Gemeenschappelijke markt sinds een aantal jaren bestaat uit deelmarkten die via MCB's worden bijeen gehouden. Om deze redenen zien we af van het doortrekken van de in paragraaf 2 uitgezette lijn, die zou uitlopen op de ontwikkeling van een rationeel verwachtingenmodel voor de hier bestudeerde markt.
Vraagt het naïeve model qua informatie-verzameling beduidend minder dan het rationele model, qua daarin opgenomen informatie moet het als minder adequaat worden bestempeld. Door voor de in de toekomst verwachte prijs de richtprijs van de lopende periode te nemen wordt al die informatie, die, naar aangenomen mag worden, ook van betekenis is voor de toekomstige prijs, bij voorbaat als niet relevant terzijde geschoven. Dergelijke informatie wordt niet alleen geboden door zaken als bijv. de ontwikkeling van de productiekosten van melk of de ontwikkeling van de gemiddelde melkgift, maar ook en vooral door het bestaan en de omvang van aanbodoverschotten op de Gemeenschappelijke zuivelmarkt. Waar de producenten er bijv. voortdurend aan herinnerd worden, dat de marktordeningsinstantie streeft naar gelijkheid van vraag en aanbod, en kunnen vermoeden, dat afwijkingen tussen vraag en aanbod van invloed zijn op de opbrengstprijs die gerealiseerd zal worden, moet eerder als uitgangspunt genomen worden, dat de producenten deze informatie bij de vorming van hun prijsverwachting betrekken. In plaats van te volstaan met de huidige richtprijs als prijsverwachting voor de toekomst en zo voorbij te gaan aan de overige beschikbare en relevant te achten informatie zullen zij ook van deze informatie gebruik maken, zo mag men veronderstellen.

Op basis van bovenstaande overwegingen nemen we nu als prijsverwachting voor het op de beslissingsperiode volgende prijsjaar de verwachting van de richtprijs voor dat jaar.

$$_{t-1}pm_t^E = E\{\underline{rp}_t\} \qquad (8.3.2.2)$$

met $\underline{rp}_t$ de richtprijs voor periode t.

Voor de bepaling van deze verwachting gaan we uit van een model voor de richtprijsontwikkeling, dat, met de richtprijs van de beslissingsperiode als vertrekpunt en een maat voor de afwijkingen tussen vraag en aanbod als correctiemechanisme, elementen uit zowel de theorie van de naïeve als die van de rationele verwachtingen bevat. Als maat voor het verschil tussen vraag en aanbod komen de uitgaven van de marktordeningsinstantie of de door deze instantie uit de markt genomen hoeveelheden boter of magere melkpoeder in aanmerking. Het model luidt als volgt

$$\underline{rp}_t = \delta_{1,1} \frac{1+i_{t-1}}{1+g} rp_{t-1} + \delta_{1,2} x_{t-1} + \underline{\xi}_{1,t} \qquad (8.3.2.3)$$

met g de procentuele groei van de melkgift per koe op jaarbasis, $x_{t-1}$ de maat voor de onevenwichtigheid van de Gemeenschappelijke zuivelmarkt en $\underline{\xi}_{1,t}$ een storingsterm met verwachtingswaarde 0.

Volgens (8.3.2.3) komt de nieuwe richtprijs tot stand als resultaat van een aanpassing van de oude richtprijs i.v.m. de ontwikkeling van de productiekosten van melk en de groei van de productiviteit, van de mate van onevenwichtigheid van de zuivelmarkt en van, tenslotte, een term waarin de overige invloeden zijn samengenomen. Afgezien van de grootheden achter $\underline{\xi}_{1,t}$ spelen vier factoren een rol bij de vaststelling van de nieuwe richtprijs: de huidige richtprijs, de ontwikkeling van de productiekosten, de productiviteit en tenslotte de op een of andere manier gemeten onevenwichtigheid van de markt. Volgens dit model wordt de producenten cet. par. tot op zekere hoogte compensatie geboden voor een stijging van de productiekosten en wordt een productiviteitstoename voor een deel doorgegeven in de richtprijs en daarmee, in principe, in de prijs voor de consument. Via de coëfficiënt $\delta_{1,2}$ wordt een koppeling gelegd tussen de richtprijsontwikkeling en bijv. de financiële consequenties van de marktordening, een aspect dat, zoals in paragraaf 2 is beargumenteerd, in een enigermate adequate weergave van de ordening van de Gemeenschappelijke zuivelmarkt niet mag ontbreken. Oplopende uitgaven of voorraden resulteren in dit model cet. par. in een druk op de richtprijs en daarmee op de feitelijke opbrengstprijs voor de producenten, terwijl voor dalende uitgaven het tegengestelde geldt. Via de term $\underline{\xi}_{1,t}$ tenslotte wordt o.m. tot uitdrukking gebracht dat de vaststelling van de richtprijs deel uitmaakt van een package deal.

## § 3.3 De schatting van het model voor de prijsverwachting voor melk

Het model (8.3.2.3) werd geschat m.b.v. de in appendix 8.2 bij dit hoofdstuk opgenomen data over de periode 1970-1984. Het inflatiepercentage, $i_{t-1}$, werd berekend uit de ontwikkeling van het (ongewogen) gemiddelde van de productiekosten per 100 kg. melk in een aantal regio's, zoals die door het LEI gepubliceerd worden. Voor de factor g, de procentuele groei van de melkgift per koe op jaarbasis, is op basis van de resultaten van model (3.2.14) uit hoofdstuk 3 uitgegaan van 1,4%, verg. ook [35].

Schatting levert voor elk van de drie onevenwichtigheidsmaten een zeer significante bijdrage aan de verklaring van de variatie van $\underline{rp}_t$ door de eerste regressor $\frac{1+i_{t-1}}{1+g} rp_{t-1}$, maar geen significante bijdrage van de tweede regressor $x_{t-1}$. Wel bezit de regressiecoëfficiënt $\delta_{1,2}$ steeds het verwachte (negatieve) teken. Op basis van de resultaten van dit model werd de ontwikkeling van de richtprijs in de periode 1970-1984 in overwegende mate bepaald door de kosten- en productiviteitsontwikkeling en nauwelijks door de omvang van de interventie-voorraden boter en mager melkpoeder of de hoogte van de uitgaven gemoeid met de ordening van de zuivelmarkt. Ofschoon aangenomen mag worden dat het niveau van de richtprijs de invloed ondervond en -vindt van de hoogte van de ordeningsuitgaven, denk aan de invoering van de medeverantwoordelijkheidsheffing en de superheffing, kan op basis van modellen als (8.3.2.3) en de data opgenomen in appendix 8.2 niet tot significantie van de ordeningsuitgaven worden geconcludeerd. In appendix 8.3 wordt verslag gedaan van de resultaten van met (8.3.2.3) vergelijkbare modelspecificaties.

Omdat de tweede regressor geen significante bijdrage levert, gaan we over op het volgende model

$$\underline{rp}_t = \delta_{2,1} \frac{1+i_{t-1}}{1+g} rp_{t-1} + \underline{\xi}_{2,t} \qquad (8.3.3.1)$$

Waar in (8.3.3.1) (een aanpassing van) de prijs van de lopende periode bepalend voor de prijsverwachting is, kan (8.3.3.1) gezien worden als een variant op de naïeve prijsverwachting.

Voor dit model vinden we het volgende resultaat

$$E\{\underline{rp}_t\} = 1{,}0093 \frac{1+i_{t-1}}{1+g} rp_{t-1} \qquad (8.3.3.2)$$

Met een geschatte standaardafwijking van de coëfficiënt $\delta_{2,1}$ van 0,0142 is deze zeer significant en resulteert een hoge mate van overeenstemming tussen realisatie en voorspelling.
Een indruk daarvan geeft onderstaande tabel.

Tabel 8.3.3.1 Gerealiseerde en voorspelde waarde van de richtprijs alsmede de voorspelfout

| Jaar | Realisatie | Voorspelling | Voorspelfout | Voorspelfout in % |
|---|---|---|---|---|
| 1970 | 35,30 | | | |
| 1971 | 37,05 | 36.82 | 0,23 | 0,62 |
| 1972 | 40,02 | 37,11 | 2,91 | 7,26 |
| 1973 | 41,29 | 39,88 | 1,41 | 3,40 |
| 1974 | 43,38 | 46,84 | -3,46 | -7,97 |
| 1975 | 49,54 | 50,37 | -0,83 | -1,68 |
| 1976 | 53,51 | 53,67 | -0,16 | -0,30 |
| 1977 | 56,51 | 59,82 | -3,31 | -5,85 |
| 1978 | 57,89 | 56,47 | 1,42 | 2,46 |
| 1979 | 58,36 | 55,23 | 3,13 | 5,35 |
| 1980 | 59,66 | 64,77 | -5,11 | -8,56 |
| 1981 | 64,89 | 60,83 | 4,06 | 6,26 |
| 1982 | 69,68 | 65,76 | 3,92 | 5,63 |
| 1983 | 72,68 | 71,83 | 0,85 | 1,17 |
| 1984 | 73,16 | 76,43 | -3,27 | -4,48 |

Omdat de hypothese dat $\delta_{2,1}$ gelijk is aan één, niet verworpen kan worden, zal voor de verwachting van de melkprijs model (8.3.3.1) met $\delta_{2,1} = 1$ worden gehanteerd

$$ {}_t pm^E_{t+1} = E\{\underline{rp}_{t+1}\} = \frac{1+i_t}{1+g}\, rp_t \qquad (8.3.3.3)$$

Voor de verwachte rundvleesprijzen houden we een vergelijkbaar model aan: de verwachte prijzen voor de verschillende soorten rundvlees zijn gelijk aan de, voor inflatie aangepaste, huidige prijzen.

# Appendix 8.1

Uitwerking van het rationele verwachtingenmodel voor de situatie met marktordening

De kans $P_1$ in (8.2.6) is een functie van ${}_{t-1}p^E_{tn}$ en kan op basis van $\underline{p}_{to} = \underline{p}_{tn}$ en met gebruik van (8.2.3) als volgt herschreven worden.

$$P_1 = P\{\underline{p}_{tn} > p_{tmin}\}$$

$$= P\{-b_{44}\{e_{44}({}_{t-1}p^E_{tn}) + f_{44}\,\underline{w}_t + \underline{\eta}_{2,t}\} + c_{44}\,\underline{y}_t + \underline{\eta}_{1,t} > p_{tmin}\}$$

$$= P\{-b_{44}\,\underline{\eta}_{2,t} + \underline{\eta}_{1,t} > p_{tmin} + b_{44}\{e_{44}({}_{t-1}p^E_{tn}) + f_{44}\,\underline{w}_t\} - c_{44}\,\underline{y}_t\}$$

$$= P\left\{\frac{-b_{44}\,\underline{\eta}_{2,t} + \underline{\eta}_{1,t}}{\sigma\{-b_{44}\,\underline{\eta}_{2,t} + \underline{\eta}_{1,t}\}} > \frac{p_{tmin} + b_{44}\{e_{44}({}_{t-1}p^E_{tn}) + f_{44}\,\underline{w}_t\} - c_{44}\underline{y}_t}{\sigma\{-b_{44}\,\underline{\eta}_{2,t} + \underline{\eta}_{1,t}\}}\right\}$$

$$= 1 - P\{\underline{u}_t \leqq \underline{c}_t\}$$

waarbij $\underline{u}_t = \dfrac{-b_{44}\,\underline{\eta}_{2,t} + \underline{\eta}_{1,t}}{\sigma\{-b_{44}\,\underline{\eta}_{2,t} + \underline{\eta}_{1,t}\}}$ standaard-normaal verdeeld is en

$$\underline{c}_t = \frac{p_{tmin} + b_{44}\{e_{44}({}_{t-1}p^E_{tn}) + f_{44}\,\underline{w}_t\} - c_{44}\underline{y}_t}{\sigma\{-b_{44}\,\underline{\eta}_{2,t} + \underline{\eta}_{1,t}\}}$$

Onder de veronderstelling dat $\underline{p}_{tn} \sim N\{E\{\underline{p}_{tn}\}, \sigma^2\{\underline{p}_{tn}\}\}$, zodat

$\underline{z}_{tn} = \dfrac{\underline{p}_{tn} - E\{\underline{p}_{tn}\}}{\sigma\{\underline{p}_{tn}\}} \sim N\ (0,1)$ en dat bovendien $\underline{p}_{tn}$ onafhankelijk is van de informatieset $\underline{I}_{t-1}$, volgt voor de voorwaardelijke verwachting ${}_{t-1}p^E_{tn1}$ in (8.2.7)

$${}_{t-1}p^E_{tn1} = E\{\{\underline{p}_{tn} | \underline{p}_{tn} > p_{tmin}\} | I_{t-1}\}$$

$$= E\{\{\underline{p}_{tn} | \underline{p}_{tn} > p_{tmin}\}\}$$

$$= E\{\{E\{\underline{p}_{tn}\} + \sigma\{\underline{p}_{tn}\}\,\underline{z}_{tn} | E\{\underline{p}_{tn}\} + \sigma\{\underline{p}_{tn}\}\,\underline{z}_{tn} > p_{tmin}\}\}$$

$$= E\{\underline{p}_{tn}\} + \sigma\{\underline{p}_{tn}\}\ E\left[\underline{z}_{tn} \middle| \underline{z}_{tn} > \frac{p_{tmin} - E\{\underline{p}_{tn}\}}{\sigma\{\underline{p}_{tn}\}}\right]$$

$$= E\{\underline{p}_{tn}\} + \sigma\{\underline{p}_{tn}\} \left[\int_{\frac{p_{tmin}-E\{\underline{p}_{tn}\}}{\sigma\{\underline{p}_{tn}\}}}^{\infty} z_{tn}\ \varphi(z_{tn})dz_{tn}\right] \Bigg/$$

$$\left[1 - P\{\underline{z}_{tn} \leqq \frac{p_{tmin}-E\{\underline{p}_{tn}\}}{\sigma\{\underline{p}_{tn}\}}\right]$$

$$= E\{\underline{p}_{tn}\} + \sigma\{\underline{p}_{tn}\} \left[- \varphi(z_{tn})\right]_{\frac{p_{tmin}-E\{\underline{p}_{tn}\}}{\sigma\{\underline{p}_{tn}\}}}^{\infty} \Bigg/ P_1,$$

aangezien onder de veronderstelling van normaliteit $\varphi(z_{tn}) = -z_{tn}\ \varphi(z_{tn})$,

$$= E\{\underline{p}_{tn}\} + \sigma\{\underline{p}_{tn}\}\ \varphi\left[\frac{p_{tmin}-E\{\underline{p}_{tn}\}}{\sigma\{\underline{p}_{tn}\}}\right] \Bigg/ P_1$$

$$= E\{\underline{p}_{tn}\} + \sigma\{\underline{p}_{tn}\}.\ P\left[\underline{z}_{tn} \leqq \frac{p_{tmin}-E\{\underline{p}_{tn}\}}{\sigma\{\underline{p}_{tn}\}}\right] \Bigg/ P_1$$

$$= E\{\underline{p}_{tn}\} + \sigma\{\underline{p}_{tn}\}\ .\ \frac{1-P_1}{P_1}$$

$$= -b_{44}\{e_{44}({}_{t-1}p^E_{tn}) + f_{44}\ E\{\underline{w}_t\}\} + c_{44}\ E\{\underline{y}_t\} +$$

$$+ \sigma\{-b_{44}\{e_{44}({}_{t-1}p^E_{tn}) + f_{44}\ \underline{w}_t + \underline{\eta}_{2,t}\} + c_{44}\ \underline{y}_t + \underline{\eta}_{1,t}\}\ \frac{1-P_1}{P_1}$$

Met (8.2.7) en de uitdrukkingen hierboven voor $P_1$ en ${}_{t-1}p^E_{tn1}$ staan drie vergelijkingen ter beschikking voor de bepaling van ${}_{t-1}p^E_{tn}$. Aan de vraag of en onder welke voorwaarden hieruit ${}_{t-1}p^E_{tn}$ opgelost kan worden, zullen we echter om de in paragraaf 2 vermelde redenen voorbijgaan. Wel zij opgemerkt, dat methoden voor de schatting van de parameters in deze categorie modellen worden gegeven in Maddala [34].

## Appendix 8.2

De data gebruikt voor de schatting van de modellen (8.3.2.3) en (8.3.3.1)

Tabel 1 De ontwikkeling van richtprijs, gerealiseerde prijs en minimumprijs van melk met 3,7% vet af-boerderij excl. BTW alsmede van de productiekosten over de periode 1970-1985

| | In guldens per 100 kg. | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Jaar | Richt-prijs 1) | Gerealiseerde prijs 1) | Interventie-prijs 1) | Productie-kosten 2) | Procentuele mutatie |
| 1970 | 35,30 | 36,17 | 32,95 | 43,91 | 4,80 |
| 1971 | 37,05 | 39,25 | 34,90 | 44,19 | 0,64 |
| 1972 | 40,02 | 41,02 | 37,28 | 44,25 | 0,13 |
| 1973 | 41,29 | 42,70 | 38,91 | 50,43 | 13,97 |
| 1974 | 43,38 | 44,60 | 40,35 | 58,84 | 16,67 |
| 1975 | 49,54 | 48,85 | 45,94 | 64,05 | 8,85 |
| 1976 | 53,51 | 51,87 | 48,95 | 71,93 | 12,31 |
| 1977 | 56,51 | 55,38 | 51,35 | 72,21 | 0,39 |
| 1978 | 57,89 | 56,41 | 52,69 | 69,22 | -4,14 |
| 1979 | 58,36 | 56,67 | 53,25 | 77,18 | 11,50 |
| 1980 | 59,66 | 58,57 | 54,01 | 79,06 | 2,44 |
| 1981 | 64,89 | 63,08 | 58,14 | 80,49 | 1,81 |
| 1982 | 69,68 | 66,94 | 62,46 | 83,36 | 3,57 |
| 1983 | 72,68 | 68,00 | 66,17 | 88,08 | 5,66 |
| 1984 | 73,16 | 68,74 | 65,85 | 90,00 | 2,17 |
| 1985 | 73,42 | 69,25 | 65,67 | 89,32 | -0,75 |

1) Overzicht van de richtprijs, basisprijs en de gemiddelde zuivelwaarde per 100 kg. melk met 3,7% vet, Productschap voor Zuivel, meerdere jaren.

2) Landbouwcijfers, LEI/CBS, meerdere jaren. De hier gegeven cijfers zijn verkregen door omrekening van de basisgegevens op kalenderjaren.

Tabel 2 Ontwikkeling van de uitgaven van de Afdeling Garantie van het Europese Oriëntatie- en Garantiefonds voor de Landbouw voor de sector zuivel (in guldens per 100 kg.)

| Jaar | Uitgaven Afd.Garantie in miljoen eenheden[1)] | Omrekenings-koers naar gulden[2)] | Uitgaven Afd.Garantie in miljoen gulden | Melkproductie in Gemeenschap in miljoen ton[3)] | Uitgaven in guldens per 100 kg. |
|---|---|---|---|---|---|
| 1970 | 991,5 | 3,62 | 3.589,23 | 65,551 | 5,475 |
| 1971 | 566,0 | 3,62 | 2.048,92 | 65,564 | 3,125 |
| 1972 | 573,7 | 3,62 | 2.076,79 | 68,288 | 3,041 |
| 1973 | 1.497,0 | 3,62 | 5.419,14 | 91,281 | 5,938 |
| 1974 | 1.219,2 | 3,62 | 4.413,50 | 91,437 | 4,827 |
| 1975 | 1.149,8 | 3,62 | 4.162,28 | 91,982 | 4,525 |
| 1976 | 2.051,5 | 3,62 | 7.426,43 | 93,644 | 7,930 |
| 1977 | 2.545,0 | 3,62 | 9.212,90 | 96,186 | 9,578 |
| 1978 | 4.014,6 | 2,776 | 11.144,53 | 100,387 | 11,102 |
| 1979 | 4.527,5 | 2,74109 | 12.410,29 | 102,226 | 12,140 |
| 1980 | 4.752,5 | 2,75439 | 13.090,24 | 103,787 | 12,613 |
| 1981 | 3.342,7 | 2,79794 | 9.352,67 | 104,464 | 8,953 |
| 1982 | 3.327,7 | 2,62822 | 8.745,93 | 107,751 | 8,117 |
| 1983 | 4.396,1 | 2,53731 | 11.154,27 | 111,545 | 9,999 |
| 1984 | 5.441,7 | 2,52625 | 13.747,01 | 109,408 | 12,565 |
| 1985 | 6.602,0 | 2,51694 | 16.616,84 | 107,500 | 15,458 |

1) Verslag over de toestand van de landbouw in de Gemeenschap, Commissie van de Europese Gemeenschappen. Van 1970 t/m 1976 luiden de uitgaven in reken-eenheden (RE), in 1977 in landbouw-reken-eenheden (LRE) en van 1978 tot en met 1985 in ECU.

2) Financieel verslag betreffende het Europese Oriëntatie- en Garantiefonds voor de landbouw, Afdeling Garantie, Commissie van de Europese Gemeenschappen. De koersen die in het kader van de begroting van de Gemeenschap gehanteerd worden, verschillen van de koersen die gebruikt worden voor de omrekening van de in de Gemeenschapsvaluta uitgedrukte

richtprijzen en derg. naar nationale valuta. De eerste worden wel budgetkoersen genoemd.

Van 1970 tot en met 1972 productie in de Gemeenschap van de Zes,
Van 1973 tot en met 1980 productie in de Gemeenschap van de Negen,
Van 1981 tot en met 1985 productie in de Gemeenschap van de Tien.

3) Marktbericht, Productschap voor Zuivel, meerdere jaren.

Tabel 3 Interventie-voorraden mager melkpoeder in de Gemeenschap[1] (in 1.000 ton)

| Jaar | 31 maart | 30 juni | 30 september | 31 december | Jaargemiddelde |
|---|---|---|---|---|---|
| 1973 | 55,9 | 129,3 | 174,2 | 165,6 | 131,3 |
| 1974 | 122,9 | 215,2 | 318,4 | 365,2 | 255,4 |
| 1975 | 436,7 | 766,9 | 1.027,8 | 1.112,5 | 836,0 |
| 1976 | 1.181,8 | 1.360,3 | 1.346,3 | 1.135,5 | 1.256,0 |
| 1977 | 884,9 | 982,5 | 1.091,0 | 964,7 | 980,8 |
| 1978 | 779,2 | 862,3 | 888,4 | 673,9 | 801,0 |
| 1979 | 502,7 | 443,4 | 365,4 | 227,2 | 384,7 |
| 1980 | 155,9 | 170,1 | 244,5 | 229,7 | 200,1 |
| 1981 | 144,4 | 254,1 | 348,9 | 278,9 | 256,6 |
| 1982 | 271,4 | 396,3 | 567,1 | 576,3 | 452,8 |
| 1983 | 648,4 | 888,5 | 1.031,0 | 982,9 | 887,7 |
| 1984 | 881,0 | 956,4 | 872,8 | 617,4 | 813,9 |
| 1985 | 405,5 | 381,2 | 477,8 | 519,7 | 446,1 |

1) Maandelijkse Zuivelstatistiek, Eurostat, meerdere jaren.

Tabel 4 Interventie-voorraden boter in de Gemeenschap[1] (in 1.000 ton )

| Jaar | 31 maart | 30 juni | 30 september | 31 december | Jaargemiddelde |
|---|---|---|---|---|---|
| 1973 | 303,4 | 323,3 | 315,4 | 201,2 | 285,8 |
| 1974 | 97,2 | 256,1 | 284,5 | 147,6 | 196,4 |
| 1975 | 46,1 | 234,8 | 280,3 | 163,8 | 181,3 |
| 1976 | 117,8 | 356,2 | 418,4 | 255,4 | 287,0 |
| 1977 | 148,4 | 359,1 | 432,0 | 195,8 | 283,8 |
| 1978 | 160,7 | 361,6 | 514,2 | 418,0 | 363,6 |
| 1979 | 294.4 | 498,4 | 565,0 | 374,6 | 433,1 |
| 1980 | 291,6 | 339,1 | 379,0 | 239,4 | 312,3 |
| 1981 | 44,7 | 196,1 | 277,1 | 147,2 | 166,3 |
| 1982 | 40,0 | 218,7 | 394,7 | 305,7 | 239,8 |
| 1983 | 339,7 | 647,7 | 867,2 | 853,4 | 677,0 |
| 1984 | 907,4 | 1.146,4 | 1.254,0 | 948,9 | 1.064,2 |
| 1985 | 890,1 | 1.083,6 | 1.211,5 | 1.123,5 | 1.077,2 |

1) Maandelijkse Zuivelstatistiek, Eurostat, meerdere jaren.

# Appendix 8.3

Enkele alternatieve specificaties voor de richtprijsontwikkeling

Omdat verwacht mag worden dat de hoogte van de richtprijs afhankelijk is van de onevenwichtigheid van de zuivelmarkt, terwijl dat niet uit de schatting van (8.3.2.3) naar voren komt, is nagegaan, of de gehanteerde specificatie wellicht debet is aan de insignificantie van $\delta_{1,2}$. In verband daarmee zijn ook schattingen uitgevoerd voor enkele alternatieve specificaties. Enkele voorbeelden van onderzochte alternatieven zijn hieronder opgenomen. De variabele $x_{t-1}$ staat daarbij steeds voor de marktordeningsuitgaven per 100 kg. melk in periode t-1.
Het eerste alternatief luidt als volgt

$$\underline{rp}_t = \delta_{3,1} \frac{1+i_{t-1}}{1+g} rp_{t-1} + \delta_{3,2} \frac{x_{t-1}}{rp_{t-1}} + \underline{\xi}_{3,t} \qquad (A.8.3.1)$$

Aan dit model ligt de gedachte ten grondslag dat niet het niveau van de uitgaven per 100 kg., maar de fractie die deze uitgaven uitmaken van $rp_{t-1}$, van belang is voor de richtprijsontwikkeling.
Als tweede alternatief is er een specificatie gekozen waarin ervan wordt uitgegaan dat er een kritisch niveau bestaat voor de verhouding tussen ordeningsuitgaven per 100 kg. en richtprijs. Overschrijdt deze verhouding deze kritische waarde, dan resulteert dat in een druk op de richtprijs, terwijl een verhouding beneden deze drempelwaarde de richtprijs opstuwt

$$\underline{rp}_t = \delta_{4,1} \frac{1+i_{t-1}}{1+g} rp_{t-1} + \delta_{4,2}\left(\frac{x_{t-1}}{rp_{t-1}} - \frac{x^*}{rp^*}\right) + \underline{\xi}_{4,t} \qquad (A.8.3.2)$$

met $\frac{x^*}{rp^*}$ de kritische verhouding tussen uitgaven en richtprijs.
Middeling van de uitgaven vormt een derde alternatief, bijv.

$$\underline{rp}_t = \delta_{5,1} \frac{1+i_{t-1}}{1+g} rp_{t-1} + \delta_{5,2}\left(\frac{x_{t-1} + x_{t-2}}{2}\right) + \underline{\xi}_{5,t} \qquad (A.8.3.3)$$

De schatting van bovenstaande specificaties bevestigt het resultaat van paragraaf 3: steeds is de eerste regressiecoëfficiënt zeer significant, terwijl de tweede regressor geen significante bijdrage levert.

# Literatuur


1. M. Ezekiel, The Cobweb Theorem, Quarterly Journal of Economics, 1938.
2. A. Hanau, Die Prognose der Schweinepreise, Vierteljahrshefte zur Konjunkturforschung, Sonderheft 18, 1930.
   A.A. Harlow, The Hog Cycle and the Cobweb Theorem, Journal of Farm Economics, 1960.
3. R.M.Goodwin, Dynamical Coupling with especial reference to markets having production lags, Econometrica, 1947.
4. L.M. Koyck, Distributed lags and investment analysis, North Holland Publishing Company, Amsterdam, 1954.
   Z. Griliches, Distributed Lags: A survey, Econometrica, 1967.
5. P. Cagan, The monetary dynamics of hyperinflation, in: M. Friedman (ed.), Studies in the Quantity of Money, University of Chicago Press, Chicago, 1956.
6. M. Nerlove, The dynamics of supply: estimation of farmers' response to price, John Hopkins Press, Baltimore, 1958.
7. H. Askari and J.Th. Cummings, Agricultural Supply Response: A Survey of the Econometric Evidence, Praeger Publishers, New York, 1976.
8. R.M. Solow, On a family of lag distributions, Econometrica, 1960.
9. J. Tobin, The Wage-Price Mechanism: Overview of the Conference, in: O. Eckstein (ed.), The Econometrics of Price Determination Conference, Federal Reserve System, Washington, 1972.
10. J.F. Muth, Rational Expectations and the theory of price movements, Econometrica, 1961.
11. T.J. Sargent and N. Wallace, Rational Expectations and the Dynamics of Hyperinflation, International Economic Review, 1973.
12. P.A. Samuelson, Proof that Properly Anticipated Prices Fluctuate Randomly, Industrial Management Review, 1965.
13. B. Mandelbrot, Forecasts of Future Prices, Unbiased Markets, and Martingale Models, Journal of Business (Special Supplement), 1966.
14. A.G. Malliaris and W.A. Brock, Stochastic Methods in Economics and Finance, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1982.
15. R.J. Shiller, Rational Expectations and the Dynamic Structure of Macro-economic Models: A Critical Review, Journal of Monetary Economics, 1978.

16. St. M. Sheffrin, Rational expectations, Cambridge University Press, Cambridge, 1983.

17. D.K.H. Begg, The Rational Expectations Revolution in Macro-economics, Philip Allan Publishers Limited, Oxford, 1982.

18. R.E. Sargent and Th. J. Lucas (eds.), Rational Expectations and Econometric Practice, The University of Minnesota Press, Minneapolis, 1981.

19. J. Sijben, Rationele verwachtingen en de monetaire politiek, Stenfert Kroese, Leiden/Antwerpen, 1979.

20. R. Lucas, Econometric policy evaluation: a critique, in: The Phillips-curve and labor markets, Journal of Monetary Economics, Supplement, 1976.

Th. Sargent, Rational expectations, the real rate of interest and the natural rate of unemployment, Brookings Papers on Economic Activity, 1973.

21. E.F. Fama and M.H. Miller, The Theory of Finance, Holt Rinehart and Winston, 1972.

E.F. Fama, Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work, Journal of Finance, 1970.

22. Th.F. Cooley and St. J. DeCanio, Rational expectations in American agriculture, 1876-1914, The Review of Economics and Statistics, 1976.

23. Z. Eckstein, The Dynamics of Agricultural Supply: A Reconsideration, American Journal of Agricultural Economics, 1985.

24. R. Huntzinger, Market Analysis with Rational Expectations, Journal of Econometrics, 1979.

25. Th. H. Goodwin and S.M. Sheffrin, Testing the rational expectations hypothesis in an agricultural market, Review of Economics and Statistics, 1982.

26. Ch. C. Cox, Futures Trading and Market Information, Journal of Political Economy, 1976.

27. M.H. Jameson, Rational expectations and the U.S. hog cycle: statistical tests in a linear model, in G.C. Rausser (ed.), New Directions in econometric modeling and forecasting in U.S. agriculture, North Holland, New York, 1982.

28. B.S. Fisher, Rational Expectations in the Australian wool industry, The Australian Journal of Agricultural Economics, 1983.

29. J.S. Shonkwiler and R.D. Emerson, Imports and the supply of winter tomatoes: an application of rational expectations, American Journal of Agricultural Economics, 1982.

30. J.S. Shonkwiler and G.S. Maddala, Modeling Expectations with Bounded Prices: An Application to the Market for Corn, Paper, Econometric Congress, Madrid, 1984.

31. G.C. Rausser and C. Riboud, Price Supports and Demand in Commodity Market Modeling, in: G.C. Rausser (ed.), New Directions in Econometric Modeling and Forecasting in U.S. Agriculture, Elsevier-North Holland, New York, 1982.

32. Zie bijv. N. Slot, Bestemming van de melk in Nederland; Enige beschouwingen omtrent ontwikkelingen na de oorlog, Proefschrift Katholieke Hogeschool Tilburg, 1960.

33. Sheffrin, a.w., pag. 165.

34. G.S. Maddala, Methods of Estimation for Models of Markets with Bounded Price Variation, International Economic Review, 1983.

35. J. de Veer, The objective method: An element in the process of fixing guide prices within the common agricultural policy, European Review of agricultural Economics, 1979.

A. Swinbank, The "objective" method: A critique, European Review of agricultural Economics, 1979.

36. H. von Witzke, Ein quantitatives Modell der Bestimmungsfaktoren der EG-Agrarpreisbeschlüsse, Agrarwirtschaft, 1986.

37. H.J. Silvis, Gemeenschappelijk landbouwbeleid en monetaire instabiliteit, Economisch Statistische berichten, 1986.

# 9. Het effect van een melkprijsverandering op de omvang van de melkveestapel

## § 0. Inleiding

In hoofdstuk 6 zijn beslissingsregels afgeleid voor de omvang van de (des)investeringen in melkvee als functie van o.m. de reële prijzen van melk en de verschillende soorten rundvlees alsmede de verwachtingen t.a.v. deze prijzen, verg. (6.2.11) en (6.2.12) resp. (6.2.13). Verstaan we deze beslissingsregels als de structurele gedaante van reactievergelijkingen en beschikken we zowel t.a.v. de te verklaren als de verklarende variabelen over waarnemingen, dan maken deze regels het mogelijk de lange termijn elasticiteit van het melkaanbod m.b.t. de melkprijs te bepalen. Nu wordt de instroom van vaarzen in de melkveestapel niet als zodanig geregistreerd, terwijl er evenmin data m.b.t. de door de melkveehouder verwachte melk- en rundvleesprijzen voorhanden zijn, zodat deze schatting eerst kan worden uitgevoerd, wanneer voor deze twee problemen een oplossing is gevonden. In hoofdstuk 7 is daarom een berekeningsmethode ontwikkeld waarmee data m.b.t. de instroom gegenereerd kunnen worden, terwijl in hoofdstuk 8 een model is geformuleerd, waarmee de verwachte melk- en rundvleesprijzen kunnen worden verkregen. Omdat we v.w.b. de instroom slechts over een bescheiden aantal data kunnen beschikken in vergelijking met het aantal regressoren in de instroomvergelijking, is met het oog op de nauwkeurigheid van de schatting van de lange termijn elasticiteit niet te ontkomen aan een vermindering van het aantal regressoren. Mogelijkheden tot vermindering van dit aantal met behoud van tenminste een deel van de informatie die is opgesloten in de variabelen die buiten beschouwing blijven, zijn echter aanwezig. De eerste daarvan wordt geboden door enkel de prijsverwachtingen voor het op de beslissingsperiode volgende prijsjaar toe te laten i.p.v. die in elk van de twee daarop aansluitende prijsjaren. Verder maakt ook het voor deze verwachting gehanteerde schema een dergelijke vermindering mogelijk. In paragraaf 1 komen deze reducties nu successievelijk aan de orde. Hierna kan in paragraaf 2 worden overgegaan tot de schatting van de lange termijn elasticiteit.

## § 1. De reductie van het aantal regressoren

In (2.1.4) is de elasticiteit van het melkaanbod op de lange termijn gedefinieerd als

$$\frac{\Delta\bar{c}}{\Delta pm}\,\frac{pm}{\bar{c}} \tag{9.1.1}$$

Net als de korte termijn elasticiteit berekenen we ook deze elasticiteit als gemiddelde van de elasticiteiten in de afzonderlijke periodes. De laatste bepalen we via de schatting van de partiële afgeleiden van de reactievergelijkingen voor $v_t$ en $c_t$ naar $pm_t$, verg. (6.3.5).
Deze reactievergelijkingen bezitten de volgende gedaante, verg. (6.2.14) en (6.2.15)

$$\begin{aligned} d_t = & - \frac{w_{1,11}}{\Pi_t}\, pp_t + \frac{w_{1,12}}{\Pi_t(1+{}_ti^E_{t+1})}\, {}_tpk^E_{t+1} + \frac{(1+g)^{t+1} w_{1,13}}{\Pi_t(1+{}_ti^E_{t+1})}\, {}_tpm^E_{t+1} + \\ & + \frac{w_{1,14}}{\Pi_t(1+{}_ti^E_{t+1})}\, {}_tpc^E_{t+1} + \frac{w_{1,15}}{\Pi_t(1+{}_ti^E_{t+1})(1+{}_ti^E_{t+2})}\, {}_tpk^E_{t+2} + \\ & + \frac{(1+g)^{t+2} w_{1,16}}{\Pi_t(1+{}_ti^E_{t+1})(1+{}_ti^E_{t+2})}\, {}_tpm^E_{t+2} + \frac{w_{1,17}}{\Pi_t(1+{}_ti^E_{t+1})(1+{}_ti^E_{t+2})}\, {}_tpc^E_{t+2} + \\ & + w_{1,18} \end{aligned} \tag{9.1.2}$$

$$\begin{aligned} c_t = & \; w_{1,21} v_{t-1} + \frac{(1+g)^t w_{1,22}}{\Pi_t}\, pm_t - \frac{w_{1,23}}{\Pi_t}\, pc_t + \frac{w_{1,24}}{\Pi_t(1+{}_ti^E_{t+1})}\, {}_tpk^E_{t+1} + \\ & + \frac{(1+g)^{t+1} w_{1,25}}{\Pi_t(1+{}_ti^E_{t+1})}\, {}_tpm^E_{t+1} + \frac{w_{1,26}}{\Pi_t(1+{}_ti^E_{t+1})}\, {}_tpc^E_{t+1} + w_{1,27} \end{aligned} \tag{9.1.3}$$

Een eerste mogelijkheid tot het verminderen van het aantal regressoren met maximaal behoud van relevante informatie vormt nu de overweging in het vorige hoofdstuk dat de informatie waarop de veehouders zich voor de prijsverwachtingen voor de perioden t+1 en t+2 baseren, afkomstig is uit dezelfde informatieset. Als gevolg daarvan zijn deze verwachtingen, statistisch gezien, afhankelijk en, naar aangenomen mag worden, nauw gecorreleerd. Ter vermijding van het daardoor opdoemende probleem van storende collineariteit dient één van deze verwachtingen, bijv. die voor de tweede periode, buiten beschouwing te blijven. Op basis hiervan resulteert de volgende gedaante voor de reactievergelijkingen (9.1.2) en (9.1.3).

$$d_t = - \frac{w_{2,11}}{\Pi_t} pp_t + \frac{w_{2,12}}{\Pi_t(1+{}_ti^E_{t+1})} {}_tpk^E_{t+1} + \frac{(1+g)^{t+1} w_{2,13}}{\Pi_t(1+{}_ti^E_{t+1})} {}_tpm^E_{t+1} +$$

$$+ \frac{w_{2,14}}{\Pi_t(1+{}_ti^E_{t+1})} {}_tpc^E_{t+1} + w_{2,15} \tag{9.1.4}$$

$$c_t = w_{2,21} v_{t-1} + \frac{(1+g)^t w_{2,22}}{\Pi_t} pm_t - \frac{w_{2,23}}{\Pi_t} pc_t + \frac{w_{2,24}}{\Pi_t(1+{}_ti^E_{t+1})} {}_tpk^E_{t+1} +$$

$$+ \frac{(1+g)^{t+1} w_{2,25}}{\Pi_t(1+{}_ti^E_{t+1})} {}_tpm^E_{t+1} + \frac{w_{2,26}}{\Pi_t(1+{}_ti^E_{t+1})} {}_tpc^E_{t+1} + w_{2,27} \tag{9.1.5}$$

De tweede mogelijkheid tot vermindering van het aantal regressoren wordt geboden door het schema dat in het vorige hoofdstuk voor de prijsverwachtingen ontwikkeld werd. Daarbij is gebleken dat de toekomstige richtprijs goed verklaard kan worden uit het voor inflatie en productiviteitstoename gecorrigeerde niveau daarvan in de uitgangsperiode

$${}_tpm^E_{t+1} = E\{\underline{rp}_{t+1}\} = rp_t \frac{1+i_t}{1+g}, \tag{9.1.6}$$

met $\underline{rp}_{t+1}$ de richtprijs voor periode t+1, $i_t$ de procentuele kostenstijging in periode t t.o.v. t-1 en g de procentuele groei van de melkproductie per koe per periode, verg. (8.3.3.3).

Invoeging van (9.1.6) in de term $\frac{(1+g)^{t+1}}{\Pi_t(1+{}_ti^E_{t+1})}\,{}_tpm^E_{t+1}$ in (9.1.4) en (9.1.5) levert nu een verwachte (reële) melkprijs die gelijk is aan de huidige, wanneer althans voor het verwachte inflatiepercentage de laatste realisatie genomen wordt. Eenzelfde resultaat krijgen we voor de verwachte rundvleesprijzen: de verwachte (reële) prijzen zijn gelijk aan de huidige reële prijzen, zodat ook hier van een (variant op de) naïeve verwachting wordt uitgegaan.

Het hanteren van deze verwachtingenschema's brengt mee, dat de huidige en verwachte, reële prijzen van melk en rundvlees perfect multicollineair zijn. Dit maakt het noodzakelijk ofwel de huidige ofwel de verwachte prijzen als regressoren te laten vallen. Kiezen we voor handhaving van de huidige prijzen, dan nemen de vergelijkingen (9.1.4) en (9.1.5) met deze reductie de volgende gedaante aan.

$$d_t = -\frac{w_{3,11}}{\Pi_t}\,pp_t + \frac{w_{3,12}}{\Pi_t}\,pk_t + \frac{(1+g)^t w_{3,13}}{\Pi_t}\,pm_t + {}$$

$$+\frac{w_{3,14}}{\Pi_t}\,pc_t + w_{3,15} \qquad (9.1.7)$$

$$c_t = w_{3,21}\,v_{t-1} + \frac{(1+g)^t w_{3,22}}{\Pi_t}\,pm_t - \frac{w_{3,23}}{\Pi_t}\,pc_t + {}$$

$$+\frac{w_{3,24}}{\Pi_t}\,pk_t + w_{3,25} \qquad (9.1.8)$$

Als gevolg van de collineariteit is het niet langer mogelijk de afzonderlijke bijdrage van de huidige en de verwachte melkprijs aan de elasticiteit te bepalen. Wel kan het totaal van deze effecten geschat worden, op voorwaarde althans dat de (huidige) melkprijs niet (storend) collineair is met de overige regressoren in (9.1.7) en (9.1.8). Teneinde hiervan een indruk te krijgen is nagegaan in hoeverre elk van de regressoren in (9.1.7) en (9.1.8) kan worden weergegeven als lineaire combinatie van de overige regressoren in de betreffende vergelijking. Als maat daarvoor gebruiken we de multipele correlatiecoëfficiënt. Tabel 9.1.1 hieronder geeft nu voor elke regressor in (9.1.7) en (9.1.8) deze coëfficiënt. De data die aan deze berekening ten grondslag liggen, zijn opgenomen in tabel

1 in appendix 9.1 bij dit hoofdstuk. De prijsvariabelen zijn daarbij gedefleerd met een index, gegeven door het (ongewogen) gemiddelde van de productiekosten per 100 kg. melk in een aantal regio's zoals die door het LEI berekend worden. Ofschoon deze index niet gebaseerd is op een in de tijd gelijkblijvend goederenpakket en het derhalve geen zuivere prijsindex is, is besloten van deze index gebruik te maken, omdat deze de ontwikkeling van de inputprijzen, naar aangenomen mag worden, adequater vat dan bijv. het prijsindexcijfer van de gezinsconsumptie of de ontwikkeling van de koopkracht van de gulden. Bij de melkprijs is verder rekening gehouden met de factor $(1+g)^t$. Op basis van de schattingsresultaten voor model (3.2.14) in hoofdstuk 3 stellen we deze groei op, afgerond, 1,4%, een percentage dat redelijk overeenkomt met de 1,5% die in de zeventiger jaren door de Europese Commissie werd gehanteerd voor de autonome groei [1].

Tabel 9.1.1 De mate van samenhang tussen de regressoren in (9.1.7) en (9.1.8)

| | $pk_t/\Pi_t$ | $pp_t/\Pi_t$ | $pc_t/\Pi_t$ | $(1+g)^t pm_t/\Pi_t$ | $v_{t-1}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| (9.1.7) | 0,8550 | 0,9914 | 0,9904 | 0,1259 | |
| (9.1.8) | 0,9541 | | 0,9932 | 0,8249 | 0,9034 |

Uit tabel 9.1.1 blijkt, dat in (9.1.7) $\frac{pp_t}{\Pi_t}$ en $\frac{pc_t}{\Pi_t}$ en in (9.1.8) $\frac{pc_t}{\Pi_t}$ bijna perfect als lineaire combinatie van de overige regressoren kunnen worden weergegeven. In iets mindere mate geldt dat ook voor $\frac{pk_t}{\Pi_t}$ in (9.1.8). De oorzaak daarvan is de nauwe samenhang tussen de onderscheiden rundvleesprijzen, verg. de tabellen 2 en 3 in appendix 9.1. De correlatie van deze grootheden met de melkprijs is echter beduidend kleiner. In (9.1.7) is deze zelfs zeer zwak te noemen. In de regressie-analyse nemen we daarom niet elke vleesprijs afzonderlijk als regressor op, maar gebruiken we in plaats daarvan een gewogen combinatie van de afzonderlijke prijzen, $rvp_t$. Deze prijzen worden daarbij gewogen met het aandeel van elk van de hier onderscheiden drie categorieën in het totaal van transacties in deze drie categorieën in het jaar 1969-1970. Voor koeien en pinken werden de transactiehoeveelheden bepaald door de som van het geslachte aantal dieren en het saldo van im- en export te vermenigvuldigen met het slachtgewicht per dier, terwijl deze voor de kalveren werd berekend door de som van het door de kalvermesterij voor slacht en export afgezette aantal dieren en het door de stierenmesterij opgenomen aantal stuks te vermenigvuldigen met het levende gewicht per dier. Zoals blijkt uit de tabellen 2 en 3 in appendix 9.1, is de samenhang van deze gewogen combinatie met elk van de bestanddelen daarvan wel (zeer) nauw, doch niet perfect. Als gevolg daarvan gaat ook met deze vermindering van het aantal regressoren onvermijdelijk een deel van het in de oorspronkelijke reactievergelijkingen aanwezige verklarende vermogen verloren.

Op basis van deze reductie nemen (9.1.7) en (9.1.8) nu de volgende gedaante aan

$$d_t = - w_{4,11} \frac{rvp_t}{\Pi_t} + w_{4,12} \frac{(1+g)^t pm_t}{\Pi_t} + w_{4,13} \tag{9.1.9}$$

$$c_t = w_{4,21} v_{t-1} - w_{4,22} \frac{rvp_t}{\Pi_t} + w_{4,23} \frac{(1+g)^t pm_t}{\Pi_t} + w_{4,24} \tag{9.1.10}$$

Vergelijken we (9.1.9) en (9.1.10) met de uitgangssituatie, (9.1.2) en (9.1.3), dan blijkt het aantal regressoren in de reactievergelijkingen beduidend te zijn teruggebracht. Uiteraard kan dit resultaat niet als louter winst worden beschouwd; tenslotte wordt de oorspronkelijke specificatie, zij het ook noodgedwongen, vervangen door een aanzienlijk minder rijke, met de consequenties van dien voor de specificatiefout. Men kan zich afvragen of de reductierondes hiervóór, en met name die t.a.v. de verwachtingen, niet te fors zijn geweest. In verband daarmee zullen we niet alleen voor (9.1.9) en (9.1.10) een schatting uitvoeren, maar ook voor variaties daarop. Dit gaat echter niet zo ver, dat qua dynamische structuur duidelijk van (9.1.9) en (9.1.10) verschillende specificaties, bijv. specificaties met vertraagde endogene variabelen, uitgebreid onderzocht zullen worden. Ook in de variaties zullen $v_t$ en $c_t$ verklaard worden m.b.v. melk- en rundvleesprijzen en de omvang van de vaarzenstapel, al dan niet aangevuld met een constante. Volledigheidshalve zullen daarbij echter wel enkele resultaten van dergelijke dynamische specificaties gegeven worden. Van een critische vergelijking daarvan met de resultaten voor (9.1.9) en (9.1.10) en de variaties daarop zien we echter af. Waar ons het beslissingsmodel dat aan (9.1.9) en (9.1.10) en de variaties daarop ten grondslag ligt, bekend is, terwijl het model waaruit de hier in beschouwing genomen dynamische specificaties resulteren, dat niet is, is nl. enkel een vergelijking op één aspect, het statistische, mogelijk. Daarmee zou echter aan de in deze studie gevolgde werkwijze geen recht worden gedaan.

Ter afsluiting van deze paragraaf merken we tenslotte op, dat de lange termijn elasticiteit (6.3.6), uitgaande van (9.1.9) en (9.1.10), gegeven wordt door

$$\frac{\frac{\Delta\bar{c}}{\bar{c}}}{\frac{\Delta pm}{pm}} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left[\frac{\frac{\partial c_t}{\partial pm_t} + \frac{\partial c_{t+1}}{\partial v_t}\cdot\frac{\partial v_t}{\partial pm_t}}{\frac{\bar{c}_t}{pm_t}}\right]$$

$$= \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left[\frac{w_{4,23}\frac{(1+g)^t}{\Pi_t} + w_{4,21}\cdot w_{4,12}\frac{(1+g)^t}{\Pi_t}}{\frac{\bar{c}_t}{pm_t}}\right] \qquad (9.1.11)$$

Voor de coëfficiënten $w_{4,23}$ en $w_{4,12}$ geldt, dat ze positief zijn, terwijl $w_{4,21}$ tussen 0 en 1 ligt, verg. (6.2.11) en (6.2.12) resp. (6.2.13).

## § 2. De lange termijn elasticiteit

Na de voorbereidingen in de voorafgaande paragraaf kan nu overgegaan worden tot de schatting van het effect van de melkprijs(verandering) op de gemiddeld per periode aanwezige melkveestapel. Op basis van het resultaat van de vorige paragraaf nemen we daartoe de volgende modellen als uitgangspunt.

$$\underline{d}_t = -w_{4,11}\frac{rvp_t}{\Pi_t} + w_{4,12}\frac{(1+g)^t pm_t}{\Pi_t} + w_{4,13} + \underline{w}_{1,t} \qquad (9.2.1)$$

$$\underline{c}_t = w_{4,21}v_{t-1} - w_{4,22}\frac{rvp_t}{\Pi_t} + w_{4,23}\frac{(1+g)^t pm_t}{\Pi_t} + w_{4,24} + \underline{w}_{2,t} \qquad (9.2.2)$$

met $rvp_t$ de prijs voor rundvlees in periode t.
Via de storingstermen $\underline{w}_{1,t}$ en $\underline{w}_{2,t}$ worden niet alleen onnauwkeurigheden in de data en onvolledigheden in de modellering die aan (9.2.1) en (9.2.2) ten grondslag ligt, gevat, maar ook de specificatiefout resulterend uit de reductierondes in de paragraaf hiervóór. We nemen aan dat beide storingstermen normaal verdeeld zijn en verwachtingswaarde 0 bezitten. Omdat de twee regressievergelijkingen de persoon van de beslisser gemeen hebben en het dientengevolge mogelijk is dat de storingstermen contemporain gecorreleerd zijn, gaan we er verder vanuit dat

$$\text{Cov}\ \{\underline{w}_{1,i}, \underline{w}_{2,j}\} = \delta_{ij} \begin{bmatrix} V\{\underline{w}_1\} & \text{Cov}\{\underline{w}_1, \underline{w}_2\} \\ \text{Cov}\{\underline{w}_2, \underline{w}_1\} & V\{\underline{w}_2\} \end{bmatrix}$$

met $\delta_{ij} = 1$ voor $i = j$ en 0 elders, $i, j = 1,2,..$
Volledigheidshalve zal echter ook een schatting worden uitgevoerd voor de situatie dat de storingstermen niet contemporain gecorreleerd zijn. In het eerste geval worden deze vergelijkingen geschat via de gegeneraliseerde kleinste kwadraten (GLS) methode die door Zellner voor deze situatie wordt voorgesteld [2]. In het tweede geval wordt elke vergelijking afzonderlijk geschat m.b.v. de gewone kleinste kwadraten (OLS) methode. (De waarde die de variabele $v_{t-1}$ in (9.2.2) aanneemt, is in periode t bekend.) Uiteraard zou men zich voor de situatie met contemporaine correlatie kunnen beperken tot de OLS-methode, aangezien ook de OLS-schatter in dat geval zuiver is. Daar staat echter tegenover dat de OLS-schatter voor deze situatie minder efficiënt is dan de GLS-schatter.
Bij de beoordeling van de kwaliteit van de schattingsresultaten voor de modellen (9.2.1) en (9.2.2) en de variaties daarop zullen we ons laten leiden door enerzijds economische, anderzijds statistische overwegingen. Allereerst dient een model een hoog verklarend vermogen te bezitten, d.w.z. een duidelijk significante bijdrage te leveren aan de verklaring van de variatie van de regressand. Ook dienen de regressiecoëfficiënten steeds het verwachte teken te bezitten resp. binnen het verwachte interval te liggen. Verder zullen we ook hier de in het voorgaande gevolgde werkwijze bij het constateren van storende multicollineariteit aanhouden, tenzij zulks een belangrijke afwijking van de als uitgangspunt genomen specificaties inhoudt. In dat geval geven we de voorkeur aan handhaving

van de oorspronkelijke specificatie boven opheffing van de collineariteit via vermindering van het aantal regressoren. Een dergelijke handelwijze moge nauwelijks te verdedigen zijn, ingeval de in beschouwing genomen specificaties verkregen zijn via ad hoc redeneringen, in een situatie als de onderhavige, waar de specificaties onderbouwd zijn, ligt dat bepaald gecompliceerder. Opheffing van de multicollineariteit via een verandering in de specificatie houdt hier in, dat het economische beslissingsmodel dat aan deze specificatie ten grondslag ligt, voor een deel wordt opgegeven. Betreft deze verandering aspecten ten aanzien waarvan indifferentie bestaat, dan kan het schrappen van een daarmee corresponderende variabele een aanvaardbare oplossing voor de collineariteit vormen. Gaat het echter om een belangrijk kenmerk als bijv. de dynamiek van de endogene variabelen, dan levert de constatering multicollineariteit wel een aansporing het model (nogmaals) aan een critische analyse te onderwerpen, doch vormt, op zich genomen, onvoldoende reden het model voor een deel terzijde te schuiven. Daarom zullen we belangrijk geachte variabelen met de verwijdering waarvan collineariteit kan worden opgeheven, toch handhaven. Dit brengt wel mee, dat schattingen van de regressiecoëfficiënten een relatief grote variantie bezitten en gevoelig zijn voor het schrappen danwel toevoegen van waarnemingen. Op basis van het bovenstaande kunnen we, tenslotte, significantie van de regressiecoëfficiënten wel als wenselijkheid formuleren, doch niet als dwingende eis opleggen.

In het hierna volgende komen nu eerst de OLS-resultaten voor (variaties op) model (9.2.1) aan de orde, vervolgens die voor (9.2.2) en tenslotte enkele GLS-resultaten voor $\underline{v}_t$ en $\underline{c}_t$ samen. Omwille van een vlotte leesbaarheid worden daarbij alleen de belangrijkste resultaten in de tekst opgenomen; de wel interessante, doch minder belangrijke zijn weergegeven in appendix 9.2 bij dit hoofdstuk.

De resultaten van de OLS-schatting voor model (9.2.1) zijn samengevat in tabel 9.2.1.

Tabel 9.2.1 De OLS-resultaten voor (9.2.1)

$$\hat{v}_t = -\,75.585 \; \frac{rvp_t}{\Pi_t} + 17.551{,}3 \; \frac{(1+g)^t pm_t}{\Pi_t} + 343.669{,}4$$
$$(-4{,}334) \qquad\qquad (4{,}394) \qquad\qquad (1{,}990)$$

$n = 15$ $\quad F = 17{,}281$ $\quad \bar{R}^2 = 0{,}699$ $\quad \hat{\sigma}(w) = 48.510{,}4$

$DW = 1{,}325$ $\quad \hat{\rho} = 0{,}310$ $\quad Con = 31{,}51$

In deze tabel staat n voor het aantal waarnemingen, F voor de waarde van de toetsingsgrootheid $\underline{F}$, waarmee de nulhypothese wordt getoetst dat alle regressiecoëfficiënten behalve de constante gelijk zijn aan 0, $\hat{\sigma}(w)$ voor de schatting van de standaardafwijking van de residuen, $\bar{R}^2$ voor de (gecorrigeerde) multipele correlatiecoëfficiënt, DW voor de Durbin-Watson toetsingsgrootheid, $\hat{\rho}$ voor de schatting van de eerste orde autocorrelatie en Con voor het conditiegetal. Het conditiegetal is een maat voor het meten van multicollineariteit. Op grond van (experimentele) resultaten in een studie m.b.t. dit fenomeen concluderen Belsley e.a. [3] dat er van een zwak verband tussen regressoren sprake is bij een conditiegetal van 5 à 10, terwijl van matig sterke tot sterke afhankelijkheid gesproken kan worden, wanneer deze index een waarde van 30 tot 100 aanneemt. De getallen tussen haakjes tenslotte geven de waarde van de toetsingsgrootheid $\underline{t}$.

Met een F-waarde van ruim 17 levert model (9.2.1) een duidelijk significante bijdrage aan de verklaring van de ontwikkeling van $\underline{v}_t$. Ook bezitten de prijsvariabelen het verwachte teken en zijn ze bij een significantieniveau van 5% (tweezijdig) significant. Dat laatste geldt echter niet voor de constante. Verder geeft de Durbin-Watson grootheid met een waarde in het gebied waarbinnen noch tot verwerping noch tot niet-verwerping kan worden geconcludeerd, geen uitsluitsel over de nulhypothese, $\rho = 0$.

Wordt (9.2.1) met het oog op de waarde van de conditie-index en de niet-significantie van de constante zonder intercept geschat, dan blijken de schattingen voor deze specificatie in behoorlijke mate af te wijken van de waarden die in tabel 9.2.1 gegeven zijn.

Tabel 9.2.2 De OLS-resultaten voor (9.2.1) zonder constante

$$\hat{v}_t = \underset{(-3,488)}{-62.163,9} \; \frac{rvp_t}{\Pi_t} + \underset{(11,443)}{24.507,1} \; \frac{(1+g)^t pm_t}{\Pi_t}$$

$n = 15 \qquad \hat{\sigma}(w) = 53.749,11 \qquad \text{Con} = 12,29$

Bij een nu slechts zwak verband tussen de regressoren neemt de significantie van de melkprijs fors toe, terwijl die van de vleesprijs wel daalt, doch duidelijk significant blijft. (De F- en $\bar{R}^2$-waarden van dit model worden niet opgenomen, omdat deze in de modellen met constante term op basis van niet-gecentreerde waarnemingen worden bepaald.)

Nu is het, zoals op het einde van de vorige paragraaf al werd opgemerkt, voorstelbaar dat tengevolge van de reductierondes hiervóór feitelijk voor de ontwikkeling van $\underline{v}_t$ relevante variabelen ten onrechte niet in (9.2.1) werden opgenomen. In verband daarmee werden ook schattingen uitgevoerd voor weergaves van (9.1.2) met een kleiner resp. groter aantal verklarende variabelen dan (9.2.1). Rekening houdend met het aantal waarnemingen in vergelijking met het aantal regressoren werden daarbij o.m. de volgende varianten van (9.2.1) onderzocht.

$$\underline{v}_t = w_{5,11} \frac{(1+g)^t pm_t}{\Pi_t} + w_{5,12} + \underline{w}_{3,t} \tag{9.2.3}$$

$$\underline{v}_t = - w_{6,11} \frac{rvp_t}{\Pi_t} + w_{6,12} \frac{(1+g)^{t-1} pm_{t-1}}{\Pi_{t-1}} + w_{6,13} \frac{(1+g)^t pm_t}{\Pi_t} + $$
$$+ w_{6,14} + \underline{w}_{4,t} \tag{9.2.4}$$

Zoals verwacht mocht worden, levert model (9.2.3) een volstrekt ontoereikende verklaring voor de ontwikkeling van $\underline{v}_t$, terwijl het verder door autocorrelatie wordt gekenmerkt, verg. tabel 1 in appendix 9.2. Daarom kan het verder buiten beschouwing blijven. Wanneer de effecten van $\frac{(1+g)^{t-1} pm_{t-1}}{\Pi_{t-1}}$ en $\frac{(1+g)^t pm_t}{\Pi_t}$ worden samengenomen, vinden we voor de specificatie (9.2.4) schattingen die alleszins redelijk overeenkomen met die voor (9.2.1) zonder intercept.

Tabel 9.2.3 De OLS-resultaten voor (9.2.4)

$$\hat{v}_t = -\underset{(-4{,}061)}{67.676}\,\frac{rvp_t}{\Pi_t} + \underset{(2{,}082)}{9.348{,}8}\,\frac{(1+g)^{t-1}pm_{t-1}}{\Pi_{t-1}} + \underset{(3{,}033)}{13.118{,}1}\,\frac{(1+g)^{t}pm_t}{\Pi_t} + \underset{(0{,}582)}{113.871{,}1}$$

$n = 14 \qquad F = 13{,}84 \qquad \bar{R}^2 = 0{,}748 \qquad \hat{\sigma}(w) = 44.369{,}29$

$DW = 1{,}074 \qquad \hat{\rho} = 0{,}302 \qquad Con = 39{,}85$

Wel is de toegevoegde variabele, $\frac{(1+g)^{t-1}pm_{t-1}}{\Pi_{t-1}}$, (net) niet significant, terwijl de constante duidelijk insignificant is. I.t.t. (9.2.1) zonder intercept wijst de conditie-index hier verder op storende collineariteit. Omtrent autocorrelatie tenslotte wordt geen uitsluitsel verkregen.
Voeren we met het oog op de niet-significantie van de constante en de waarde van de conditie-index een schatting uit voor (9.2.4) zonder intercept, dan vinden we het volgende resultaat.

Tabel 9.2.4 De OLS-resultaten voor (9.2.4) zonder intercept

$$\hat{v}_t = -\underset{(-4{,}304)}{63.821{,}7}\,\frac{rvp_t}{\Pi_t} + \underset{(3{,}034)}{10.841{,}8}\,\frac{(1+g)^{t-1}pm_{t-1}}{\Pi_{t-1}} + \underset{(3{,}577)}{14.014{,}9}\,\frac{(1+g)^{t}pm_t}{\Pi_t}$$

$n = 14 \qquad \hat{\sigma}(w) = 43.016{,}04 \qquad Con = 31{,}15$

Vergelijking van deze schattingen met die in tabel 9.2.3 leert, dat er sprake is van een redelijke mate van overeenstemming, terwijl de conditie-index verder gedaald blijkt te zijn. Beter is echter de overeenstemming met model (9.2.1) zonder intercept, wanneer tenminste de coëfficiënten van de huidige en de vertraagde melkprijs in (9.2.4) zonder constante worden samengenomen. Voor het totale effect van een verandering van de melkprijs op de omvang van de vaarzenstapel blijken de schattingen voor deze twee specificaties elkaar niet ver te ontlopen, zij het dat de termijn waarop dit effect gerealiseerd wordt, verschilt. Een fors verschil bestaat er echter v.w.b. de waarde van de conditie-index die voor (9.2.1) zonder constante op een slechts zwak verband tussen de regressoren wijst, terwijl deze zich voor model (9.2.4) zonder intercept op de grens van storende multicollineariteit beweegt. De residuele variantie tenslotte is, uiteraard, (belangrijk) kleiner. Afgaande op deze residuele variantie is in (9.2.4) zonder intercept meer relevante informatie t.a.v. $\underline{v}_t$ opgenomen dan in (9.2.1) zonder constante en vormt de specificatie (9.2.4) zonder constante met haar dynamiek in de exogene variabelen een adequater samenvatting van de prijzen en prijsverwachtingen in (9.1.2) dan de statische specificatie (9.2.1) zonder constante.

Ter afsluiting van dit eerste gedeelte merken we tenslotte op, dat volledigheidshalve ook schattingen zijn uitgevoerd voor varianten van (9.2.1) die daarvan qua dynamiek volstrekt verschillen. Tot deze categorie behoort bijv. een specificatie als

$$\underline{v}_t = w_{7,11}\, v_{t-1} - w_{7,12}\, \frac{rvp_t}{\Pi_t} + w_{7,13}\, \frac{(1+g)^t pm_t}{\Pi_t} + \\ + w_{7,14} + \underline{w}_{7,t}\,, \qquad (9.2.5)$$

waarvan het schattingsresultaat is opgenomen in tabel 2 van de appendix 9.2. Hoewel dergelijke modellen met vertraagde endogene variabelen wel gehanteerd worden in studies als de onderhavige en het gebruik ervan deugdelijk gemotiveerd kan worden, zal een min of meer uitgebreide behandeling van deze categorie hier echter achterwege blijven. Zoals nl. ook al aan het einde van de vorige paragraaf is gesteld, blijft een critische vergelijking van het resultaat van deze specificaties met die van de hiervóór behandelde modellen beperkt tot statistische aspecten, aangezien ons op dit moment het beslissingsmodel dat aan een specificatie als (9.2.5) ten grondslag ligt niet bekend is. Met een dergelijke onvolledige vergelijking wordt echter voorbij gegaan aan de in deze studie gevolgde werkwijze waar op basis van een beslissingsmodel beslissingsregels worden afgeleid die de voor de beslissing relevante variabelen selecteren.

Nemen we vervolgens het model voor de ontwikkeling van het melkveebestand, (9.2.2), in beschouwing, omwille van het dóórlopen van de nummering hernummerd tot (9.2.6).

$$\underline{c}_t = w_{4,21}\, v_{t-1} - w_{4,22} \frac{rvp_t}{\Pi_t} + w_{4,23} \frac{(1+g)^t pm_t}{\Pi_t} +$$

$$+ w_{4,24} + \underline{w}_{2,t} \tag{9.2.6}$$

De OLS-schatting voor deze specificatie is opgenomen in tabel 9.2.5.

Tabel 9.2.5 De OLS-resultaten voor (9.2.6)

$$\hat{c}_t = \underset{(1{,}390)}{0{,}9745\, v_{t-1}} - \underset{(-1{,}053)}{71.469{,}3 \frac{rvp_t}{\Pi_t}} + \underset{(1{,}391)}{19.763{,}8 \frac{(1+g)^t pm_t}{\Pi_t}} +$$

$$+ \underset{(3{,}059)}{1.192.140{,}7}$$

$n = 14$    $F = 17{,}87$    $\bar{R}^2 = 0{,}796$    $\hat{\sigma}(w) = 79.213{,}3$

$DW = 1{,}056$    $\hat{\rho} = 0{,}243$    $Con = 76{,}34$

Zoals blijkt uit tabel 9.2.5, wordt model (9.2.6) duidelijk gekenmerkt door storende multicollineariteit: met een F-waarde van bijna 18 combineert het een sterk verklarend vermogen met niet-significantie van drie van de vier regressoren. Wel bezitten de coëfficiënten het verwachte teken, terwijl de coëfficiënt van $v_{t-1}$ bovendien tussen 0 en 1 ligt. Ook hier wordt tenslotte geen uitsluitsel verkregen omtrent de nulhypothese $\rho = 0$.

Omdat de collineariteit de nauwkeurigheid en de stabiliteit van de schattingen beïnvloedt, is onderzocht of deze op enigerlei wijze, desnoods slechts ten dele, opgeheven zou kunnen worden. In verband daarmee is nagegaan, in hoeverre elk van de verklarende variabelen in (9.2.6) kan worden weergegeven als lineaire combinatie van de overige regressoren. Zoals blijkt uit tabel 9.2.6 hieronder, wordt de grootste bijdrage aan de collineariteit geleverd door $v_{t-1}$.

Tabel 9.2.6 De mate van samenhang tussen de regressoren in (9.2.6), gemeten m.b.v. de multipele correlatiecoëfficiënt

| $v_{t-1}$ | $\frac{rvp_t}{\Pi_t}$ | $\frac{(1+g)^t pm_t}{\Pi_t}$ |
|---|---|---|
| 0,87 | 0,82 | 0,78 |

De eerste mogelijkheid voor het, tenminste voor een deel, opheffen van de collineariteit wordt daarom geboden door het buiten beschouwing laten van $v_{t-1}$. Omdat daarmee een belangrijk kenmerk van de specificatie (9.2.6) zou worden opgegeven, kan deze mogelijkheid gevoeglijk buiten beschouwing blijven. Wordt desondanks een schatting uitgevoerd voor (9.2.6) zonder $v_{t-1}$, dan wordt autocorrelatie geconstateerd, verg. tabel 3 in de appendix 9.2. Behalve door het toeval kan dit daardoor veroorzaakt worden, dat een variabele die feitelijk relevant is voor $\underline{c}_t$, ten onrechte niet expliciet in de specificatie werd opgenomen.

Een tweede mogelijkheid deze storende afhankelijkheid op te heffen wordt geboden door de vervanging van $v_{t-1}$ door het model (9.2.4) zonder constante. Aangezien dit model de ontwikkeling van de vaarzenstapel redelijk verklaart, blijft op deze manier de in $v_{t-1}$ geïncorporeerde informatie t.a.v. $\underline{c}_t$ ten dele behouden. Omdat met deze substitutie de verhouding tussen het beschikbare aantal waarnemingen en het aantal regressoren verslechtert, terwijl de conditie-index nog beduidend oploopt, vormt dit echter evenmin een reële mogelijkheid. Bij handhaving van $v_{t-1}$ en, uiteraard, $\frac{(1+g)^t pm_t}{\Pi_t}$, resteren zodoende drie mogelijkheden voor het opheffen van de storende afhankelijkheid via het schrappen van variabelen: óf $\frac{rvp_t}{\Pi_t}$ óf de constante óf beide worden buiten beschouwing gelaten. Zoals blijkt uit de tabellen 4, 5 en 6 in appendix 9.2, vormt echter geen van deze drie specificaties een, ook voor het overige, aanvaardbare oplossing voor het probleem. De verwijdering van $\frac{rvp_t}{\Pi_t}$ resulteert weliswaar niet in autocorrelatie, maar levert wel een coëfficiënt groter dan één voor $v_{t-1}$. Dat is ook het geval, wanneer de constante in (9.2.6) geschrapt wordt, terwijl

$\frac{rvp_t}{\Pi_t}$ dan bovendien een positief i.p.v. negatief teken krijgt. Worden zowel de rundvleesprijs als de constante buiten beschouwing gelaten, dan ligt de coëfficiënt van $v_{t-1}$ wederom buiten het interval 0 - 1.

Nu de storende collineariteit via een verdere reductie van (9.2.6) niet op bevredigende wijze kan worden opgeheven en de schattingsresultaten voor (9.2.6) zonder $v_{t-1}$ zich niet verzetten tegen het vermoeden dat daarin een voor $\underline{c}_t$ relevante variabele ten onrechte niet expliciet werd opgenomen, kan deze specificatie ondanks de daaraan verbonden bezwaren als een adequate samenvatting van (9.1.3) beschouwd worden.

Ter afsluiting van dit onderdeel merken we tenslotte op dat omwille van de volledigheid ook schattingen zijn uitgevoerd voor aan (9.2.6) verwante specificaties als bijv.

$$\underline{c}_t = w_{5,21}\, c_{t-1} - w_{5,22} \frac{rvp_t}{\Pi_t} + w_{5,23} \frac{(1+g)^t pm_t}{\Pi_t} +$$

$$+ w_{5,24} + \underline{w}_{7,t} \qquad (9.2.7)$$

De resultaten hiervan zijn opgenomen in tabel 7 van appendix 9.2. Een kritische vergelijking hiervan met de hierboven besproken modellen blijft om de aan het einde van paragraaf 1 vermelde reden echter achterwege. Duidelijk is echter wel dat zowel (9.2.7) als (9.2.5) aanvullende modellering behoeven.

Na deze eerste verkenning van de vergelijkingen (9.2.1) en (9.2.2) afzonderlijk kan nu overgegaan worden tot de simultane schatting van deze specificaties.

Om te beginnen is de GLS-procedure toegepast op de oorspronkelijke specificaties voor $\underline{v}_t$ en $\underline{c}_t$, (9.2.1) en (9.2.2). Hoewel de schattingen volgens dit procédé voor sommige coëfficiënten forse verschuivingen te zien geven, verg. tabel 8 in appendix 9.2 met de tabellen 9.2.1 en 9.2.5 hiervóór, blijken v.w.b. de significantie van de regressiecoëfficiënten dezelfde conclusies getrokken te kunnen worden als hiervóór voor elk van de twee specificaties afzonderlijk geformuleerd, ofschoon de storingstermen gecorreleerd zijn. Dat is ook het geval, wanneer de GLS-procedure wordt toegepast op andere combinaties (van varianten) van $\underline{v}_t$ en $\underline{c}_t$. Om die reden is besloten om niet alle mogelijke combinaties door te rekenen, doch te volstaan met het uitvoeren van een schatting volgens dit procédé voor de twee specificaties die hiervóór als voorlopig meest adequate werden geselecteerd, d.w.z. model (9.2.4) zonder constante en model (9.2.6). De resultaten hiervan zijn opgenomen in tabel 9.2.7.

Tabel 9.2.7 De GLS-resultaten voor de geselecteerde varianten uit de OLS-fase

$$\hat{v}_t = -\underset{(-4,302)}{63.785,4}\,\frac{rvp_t}{\Pi_t} + \underset{(2,799)}{9.916,9}\,\frac{(1+g)^{t-1}pm_{t-1}}{\Pi_{t-1}} + \underset{(3,835)}{14.920,6}\,\frac{(1+g)^{t}pm_t}{\Pi_t}$$

$$\hat{c}_t = \underset{(1,165)}{0,8055}\,v_{t-1} - \underset{(1,270)}{85.148,2}\,\frac{rvp_t}{\Pi_t} + \underset{(1,667)}{23.451,6}\,\frac{(1+g)^{t}pm_t}{\Pi_t} + \underset{(3,188)}{1.223.294,2}$$

Vergelijking met de tabellen 9.2.4 en 9.2.5 leert, dat de GLS-procedure voor $\underline{v}_t$ nagenoeg identieke resultaten levert als het OLS-procédé, doch dat voor $\underline{c}_t$ de betekenis van $v_{t-1}$ lager en die van de overige regressoren hoger geschat wordt. Van onderzoek naar de nauwkeurigheid en stabiliteit van de GLS-schattingen werd i.v.m. het geringe aantal waarnemingen echter afgezien.

Levert de interpretatie van de instroomvergelijking in tabel 9.2.7 geen bijzondere moeilijkheden, de vergelijking voor de omvang van de melkveestapel is makkelijker interpreteerbaar, wanneer ze met behulp van $c_t = c_{t-1} + v_{t-1} - vc_t$ wordt herschreven in termen van de uitstoot

$$\hat{vc}_t = 0,1945v_{t-1} + c_{t-1} + 85.148,2\,\frac{rvp_t}{\Pi_t} + - 23.451,6\,\frac{(1+g)^{t}pm_t}{\Pi_t} - 1.223.294,2 \qquad (9.2.8)$$

Combinatie van (9.2.8) met de instroomvergelijking in tabel 9.2.7 leert nu, dat het effect van een melkprijsverandering op de omvang van de melkveestapel zich uitstrekt over drie jaar. In het eerste daarvan treedt een verandering in het niveau van de uitstoot op, terwijl in de twee daarop volgende jaren het niveau van de instroom van vaarzen wijzigingen ondergaat.

Als afsluiting van dit onderdeel geven de tabellen 9.2.8 en 9.2.9 een indruk van de mate van overeenstemming tussen de realisaties van $\underline{v}_t$ resp. $\underline{c}_t$ en de voorspellingen daarvoor op basis van de schattingen in tabel 9.2.7.

Tabel 9.2.8 Waarnemingen en voorspellingen voor $\underline{v}_t$

| Jaar | Waarneming | Schatting | Afwijking | Voorspelfout in % |
|---|---|---|---|---|
| 1970-71 | 597.848 | | | |
| 1971-72 | 564.530 | 597.327 | -32.797 | -5,8 |
| 1972-73 | 574.719 | 595.325 | -20.606 | -3,6 |
| 1973-74 | 600.299 | 608.922 | -8.623 | -1,4 |
| 1974-75 | 689.365 | 642.437 | 46.928 | 6,8 |
| 1975-76 | 642.464 | 636.627 | 5.837 | 0,9 |
| 1976-77 | 618.997 | 639.767 | -20.770 | -3,4 |
| 1977-78 | 632.416 | 651.599 | -19.183 | -3,0 |
| 1978-79 | 683.518 | 666.383 | 17.135 | 2,5 |
| 1979-80 | 711.313 | 733.518 | -22.205 | -3,1 |
| 1980-81 | 769.725 | 729.533 | 40.192 | 5,2 |
| 1981-82 | 801.061 | 720.466 | 80.595 | 10,1 |
| 1982-83 | 807.133 | 776.420 | 30.713 | 3,8 |
| 1983-84 | 805.333 | 818.422 | -13.089 | -1,6 |
| 1984-85 | 776.805 | 853.386 | -76.521 | -9,9 |

Tabel 9.2.9 Waarnemingen en voorspellingen voor $\underline{c}_t$

| Jaar | Waarneming | Schatting | Afwijking | Voorspelfout in % |
|---|---|---|---|---|
| 1970-71 | 1.967.149 | | | |
| 1971-72 | 1.975.921 | 2.141.726 | -165.805 | -8,4 |
| 1972-73 | 2.039.957 | 2.125.578 | -85.621 | -4,2 |
| 1973-74 | 2.174.530 | 2.121.423 | 53.107 | 2,4 |
| 1974-75 | 2.254.899 | 2.129.447 | 125.452 | 5,6 |
| 1975-76 | 2.258.771 | 2.259.496 | -725 | 0,0 |
| 1976-77 | 2.282.510 | 2.257.543 | 24.967 | 1,1 |
| 1977-78 | 2.245.058 | 2.214.170 | 30.888 | 1,4 |
| 1978-79 | 2.295.416 | 2.289.702 | 5.714 | 0,2 |
| 1979-80 | 2.368.963 | 2.367.969 | 994 | 0,0 |
| 1980-81 | 2.399.593 | 2.329.208 | 70.385 | 2,9 |
| 1981-82 | 2.419.048 | 2.457.286 | -38.238 | -1,6 |
| 1982-83 | 2.470.899 | 2.509.689 | -38.790 | -1,6 |
| 1983-84 | 2.557.234 | 2.553.657 | 3.577 | 0,1 |
| 1984-85 | 2.583.741 | 2.567.395 | 16.346 | 0,6 |

Bij de toepassing van de GLS-procedure bleek de correlatie tussen de storingstermen steeds vrij zwak te zijn; voor het aan tabel 9.2.7 ten grondslag liggende model bijv. bedroeg deze 0,177. Op basis hiervan zou voor de bepaling van de lange termijn elasticiteit zowel van de OLS- als van de GLS-schattingen gebruik kunnen worden gemaakt. Aangezien de regressie-vergelijkingen de persoon van de beslisser gemeen hebben, beperken we ons echter conform ons uitgangspunt tot de GLS-resultaten.

Op basis van de regressie-analyses in deze paragraaf strekt het effect van een verandering van de melkprijs zich uit over drie periodes. Analoog aan (9.1.11) wordt de elasticiteit van het melkaanbod op de lange termijn m.b.t. de melkprijs nu gegeven door

$$\frac{\;\frac{\Delta\bar{c}}{\bar{c}}\;}{\frac{\Delta pm}{pm}} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left[\left[\frac{\partial c_t}{\partial pm_t} + \frac{\partial c_{t+1}}{\partial v_t}\cdot\frac{\partial v_t}{\partial pm_t} + \frac{\partial c_{t+2}}{\partial v_{t+1}}\cdot\frac{\partial v_{t+1}}{\partial pm_t}\right]\frac{pm_t}{\bar{c}_t}\right] \qquad (9.2.9)$$

Nu zijn in het voorafgaande niet de partiële afgeleiden van $c_t$ resp. $v_t$ naar $pm_t$ geschat, maar de partiële afgeleiden incl. de autonome productiegroei en de inflatoire kostenontwikkeling, d.w.z. $\frac{\partial c_t}{\partial z_t}$ resp. $\frac{\partial v_t}{\partial z_t}$ met $z_t = \frac{(1+g)^t pm_t}{\Pi_t}$. Corrigeren we voor deze factoren via $\frac{\partial c_t}{\partial z_t} \cdot \frac{\partial z_t}{\partial pm_t}$, dan wordt de elasticiteit gegeven door

$$\frac{\frac{\Delta \bar{c}}{\bar{c}}}{\frac{\Delta pm}{pm}} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} \left\{ \frac{\left[ \frac{\partial c_t}{\partial pm_t} + \frac{\partial c_{t+1}}{\partial v_t} \cdot \frac{\partial v_t}{\partial pm_t} + \frac{\partial c_{t+2}}{\partial v_{t+1}} \frac{\partial v_{t+1}}{\partial pm_t} \right] \frac{(1+g)^t}{\Pi_t}}{\frac{\bar{c}_t}{pm_t}} \right\} \tag{9.2.10}$$

Met $\sum_{t=1}^{T} \frac{(1+g)^t}{\Pi_t} \frac{pm_t}{\bar{c}_t}$ op basis van de gegevens in tabel 1 van appendix 9.1 gelijk aan $\frac{2,465287}{10.000}$ en met gebruik van de in tabel 9.2.7 opgenomen schattingen voor $\frac{\partial c_t}{\partial z_t}$, $\frac{\partial c_{t+1}}{\partial v_t} \left[ = \frac{\partial c_{t+2}}{\partial v_{t+1}} \right]$, $\frac{\partial v_t}{\partial z_t}$ en $\frac{\partial v_{t+1}}{\partial z_t}$ vinden we nu voor de lange termijn elasticiteit, exclusief de autonome productiegroei en de inflatoire kostenontwikkeling, een waarde van

$$\frac{\frac{\Delta \bar{c}}{\bar{c}}}{\frac{\Delta pm}{pm}} = \frac{\{23.451,6 + 0,8055 \,.\, 14.920,6 + 0,8055 \,.\, 9.916,9\}}{14} \cdot \frac{2,465287}{10.000}$$

$$= 0,765 \tag{9.2.11}$$

Met een waarde van 0,765 bevindt de elasticiteit zich behoorlijk beneden het omslagpunt tussen elastische en inelastische reacties. Ook wanneer een betrouwbaarheidsinterval wordt geconstrueerd rondom deze schatting, wordt dit punt echter niet bereikt. Uit een verandering in de melkprijs met 1% resulteerde zodoende in de periode 1969-1984 een mutatie in de omvang van de melkveestapel (en cet. par. van de melkproductie) van ongeveer 0,75%.

# Appendix 9.1

De data en de samenhang daartussen

Tabel 1 De data

| Jaar | $v_t$ 1) | $c_t$ 2) | $pk_t$ 3) | $pp_t$ 3) | $pc_t$ 3) | $rvp_t$ 4) | $pm_t$ 3) | $\Pi_t$ 3) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1969-70 | | | 7,16 | 4,94 | 4,44 | 5,02 | 35,30 | 0,9651 |
| 1970-71 | 597.848 | 1.967.149 | 7,91 | 4,78 | 4,31 | 5,03 | 35,88 | 1 |
| 1971-72 | 564.530 | 1.975.921 | 9,35 | 5,25 | 4,85 | 5,70 | 38,04 | 0,9923 |
| 1972-73 | 574.719 | 2.039.957 | 12,07 | 6,01 | 5,40 | 6,67 | 40,44 | 0,9980 |
| 1973-74 | 600.299 | 2.174.530 | 11,00 | 5,99 | 5,29 | 6,42 | 41,99 | 1,2040 |
| 1974-75 | 689.365 | 2.254.899 | 8,20 | 5,68 | 5,13 | 5,77 | 45,43 | 1,3850 |
| 1975-76 | 642.464 | 2.258.771 | 9,84 | 6,16 | 5,71 | 6,52 | 50,86 | 1,4705 |
| 1976-77 | 618.997 | 2.282.510 | 11,10 | 6,55 | 5,99 | 6,99 | 54,51 | 1,6937 |
| 1977-78 | 632.416 | 2.245.058 | 11,95 | 6,94 | 6,27 | 7,39 | 56,97 | 1,5887 |
| 1978-79 | 683.518 | 2.295.416 | 13,13 | 7,00 | 6,29 | 7,62 | 58,05 | 1,5417 |
| 1979-80 | 711.313 | 2.368.963 | 12,29 | 6,88 | 6,18 | 7,38 | 58,79 | 1,8354 |
| 1980-81 | 769.725 | 2.399.593 | 11,15 | 7,06 | 6,38 | 7,35 | 61,40 | 1,7521 |
| 1981-82 | 801.061 | 2.419.048 | 12,33 | 7,69 | 7,01 | 8,07 | 66,49 | 1,8420 |
| 1982-83 | 807.133 | 2.470.899 | 13,43 | 8,07 | 7,30 | 8,52 | 70,68 | 1,8940 |
| 1983-84 | 805.333 | 2.557.234 | 12,89 | 7,87 | 6,92 | 8,15 | 72,84 | 2,0277 |
| 1984-85 | 776.865 | 2.583.741 | | | | | | |

1) Berekend volgens de in hoofdstuk 7 paragraaf 1 beschreven methode.

2) Landbouwcijfers, LEI/CBS, meerdere jaren.

3) Landbouwcijfers, LEI/CBS, meerdere jaren.

De hier gegeven data hebben betrekking op landbouwprijsjaren. Zij zijn verkregen door de in deze publicaties opgenomen, op kalenderjaarbasis gedefinieerde, prijzen te wegen naar tijdsevenredigheid. Voor $pk_t$ is genomen de marktprijs van roodbonte kalveren bestemd voor vetweiderij of mesterij in gld. per kg. levend gewicht, voor $pp_t$ de marktprijs voor slacht-vaarzen, niet gekalfd, van eerste kwaliteit in gld. per kg. geslacht gewicht en voor $pc_t$ de marktprijs van slachtkoeien van tweede kwaliteit in gld. per kg. geslacht gewicht.

4) Voor $rvp_t$ werd de volgende combinatie van rundvleesprijzen aangehouden

$$rvp_t = 0{,}17\ pk_t + 0{,}23\ pp_t + 0{,}60\ pc_t.$$

Tabel 2 De correlaties tussen de variabelen in (9.1.7) en (9.1.9) (Periode 1969-70 tot 1984-85).

| | $d_t$ | $pp_t/\Pi_t$ | $pk_t/\Pi_t$ | $pc_t/\Pi_t$ | $rvp_t/\Pi_t$ | $pm_t(1+g)^t/\Pi_t$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $d_t$ | 1 | -0,5693 | -0,4099 | -0,5965 | -0,5359 | 0,5354 |
| $pp_t/\Pi_t$ | -0,5693 | 1 | 0,9086 | 0,9950 | 0,9879 | 0,1718 |
| $pk_t/\Pi_t$ | -0,4099 | 0,9086 | 1 | 0,9013 | 0,9599 | 0,2980 |
| $pc_t/\Pi_t$ | -0,5965 | 0,9950 | 0,9013 | 1 | 0,9853 | 0,1770 |
| $rvp_t/\Pi_t$ | -0,5359 | 0,9879 | 0,9599 | 0,9853 | 1 | 0,2254 |
| $pm_t(1+g)^t/\Pi_t$ | 0,5354 | 0,1718 | 0,2980 | 0,1770 | 0,2254 | 1 |

Tabel 3 De correlaties tussen de variabelen in (9.1.8) en (9.1.10) (Periode 1970-71 tot 1984-85)

| | $c_t$ | $v_{t-1}$ | $pk_t/\Pi_t$ | $pc_t/\Pi_t$ | $rvp_t/\Pi_t$ | $pm_t(1+g)^t/\Pi_t$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $c_t$ | 1 | 0,8791 | -0,3707 | -0,6154 | -0,5362 | 0,5560 |
| $v_{t-1}$ | 0,8791 | 1 | -0,6091 | -0,6326 | -0,6300 | 0,4760 |
| $pk_t/\Pi_t$ | -0,3707 | -0,6091 | 1 | 0,8987 | 0,9600 | 0,2980 |
| $pc_t/\Pi_t$ | -0,6154 | -0,6326 | 0,8987 | 1 | 0,9853 | 0,1770 |
| $rvp_t/\Pi_t$ | -0,5362 | -0,6300 | 0,9600 | 0,9853 | 1 | 0,2254 |
| $pm_t(1+g)^t/\Pi_t$ | 0,5560 | 0,4760 | 0,2980 | 0,1770 | 0,2254 | 1 |

## Appendix 9.2

Aanvullende schattingsresultaten

Tabel 1 De OLS-resultaten voor (9.2.3)

$$\hat{v}_t = \underset{(2{,}582)}{15.786{,}4}\ \frac{(1+g)^t pm_t}{\pi_t} + \underset{(0{,}221)}{54.231{,}6}$$

$n = 15$ $\quad F = 6{,}666$ $\quad \bar{R}^2 = 0{,}288$ $\quad \hat{\sigma}(w) = 74.644{,}03$

$DW = 0{,}923$ $\quad \hat{\rho} = 0{,}523$ $\quad Con = 25{,}39$

Tabel 2 De OLS-resultaten voor (9.2.5)

$$\hat{v}_t = \underset{(2{,}413)}{0{,}902}\ v_{t-1} + \underset{(0{,}100)}{3.629{,}4}\ \frac{rvp_t}{\pi_t} + \underset{(0{,}182)}{1.381{,}7}\ \frac{(1+g)^t pm_t}{\pi_t} + \underset{(0{,}032)}{6.616{,}2}$$

$n = 14$ $\quad F\ 15{,}62$ $\quad \bar{R}^2 = 0{,}771$ $\quad \hat{\sigma}(w) = 42.235{,}5$

$DW = 1{,}635$ $\quad \hat{\rho} = 0{,}082$ $\quad Con = 76{,}34$

Tabel 3 De OLS-resultaten voor (9.3.6) zonder $v_{t-1}$

$$\hat{c}_t = \underset{(-5{,}214)}{-\ 166.769}\ \frac{rvp_t}{\pi_t} + \underset{(5{,}508)}{40.347{,}1}\ \frac{(1+g)^t pm_t}{\pi_t} + \underset{(4{,}635)}{1.468.225{,}2}$$

$n = 15$ $\quad F = 26{,}102$ $\quad \bar{R}^2 = 0{,}782$ $\quad \hat{\sigma}(w) = 88.965{,}3$

$DW = 0{,}906$ $\quad \hat{\rho} = 0{,}458$ $\quad Con = 31{,}51$

Tabel 4 De OLS-resultaten voor (9.2.6) zonder $\frac{rvp_t}{\Pi_t}$

$$\hat{c}_t = \underset{(5,449)}{1,642}\, v_{t-1} + \underset{(0,919)}{7.418,6}\, \frac{(1+g)^t pm_t}{\Pi_t} + \underset{(3,297)}{897.027,2}$$

$n = 14 \quad F = 25,99 \quad \bar{R}^2 = 0,794 \quad \hat{\sigma}(w) = 79.604,09$

$DW = 0,962 \quad \hat{\rho} = 0,286 \quad Con = 33,10$

Tabel 5 De OLS-resultaten voor (9.2.6) zonder intercept

$$\hat{c}_t = \underset{(3,55)}{2,428}\, v_{t-1} + \underset{(1,245)}{77.874,9}\, \frac{rvp_t}{\Pi_t} + \underset{(0,400)}{7.210,9}\, \frac{(1+g)^t pm_t}{\Pi_t}$$

$n = 14 \quad \hat{\sigma}(w) = 105.087,7 \quad Con = 55,29$

Tabel 6 De OLS-resultaten voor (9.2.6) zonder $\frac{rvp_t}{\Pi_t}$ en intercept

$$\hat{c}_t = \underset{(4,280)}{1,734}\, v_{t-1} + \underset{(4,082)}{28.063,2}\, \frac{(1+g)^t pm_t}{\Pi_t}$$

$n = 14 \quad \hat{\sigma}(w) = 107.467,2 \quad Con = 19,23$

Tabel 7 De OLS-resultaten voor (9.2.7)

$$\hat{c}_t = \underset{(14,489)}{1,1663}\, c_{t-1} + \underset{(4,086)}{69.524,9}\, \frac{rvp_t}{\Pi_t} + \underset{(0,479)}{1.401,70}\, \frac{(1+g)^t pm_t}{\Pi_t} +$$
$$\underset{(-4,205)}{-\ 717.872}$$

$n = 14 \quad F = 387,43 \quad \bar{R}^2 = 0,989 \quad \hat{\sigma}(w) = 18.450,16$

$DW = 2,505 \quad \hat{\rho} = -0,328 \quad Con = 110,27$

Tabel 8 De GLS-resultaten voor (9.2.1) en (9.2.2)

$$\hat{v}_t = -\ 75.295{,}6\ \frac{rvp_t}{\Pi_t} + 17.458{,}5\ \frac{(1+g)^t pm_t}{\Pi_t} + 346.295{,}4$$
$$\qquad (-4.057) \qquad\qquad (4{,}036) \qquad\qquad\qquad (1{,}890)$$

$$\hat{c}_t = 0{,}3088\ v_{t-1} - 129.723\ \frac{rvp_t}{\Pi_t} + 31.629\ \frac{(1+g)^t pm_t}{\Pi_t} + 1.442.856{,}5$$
$$\qquad (0{,}500) \qquad\qquad (-2{,}113) \qquad\qquad (2{,}446) \qquad\qquad\qquad (3{,}908)$$

## Literatuur


1. J. de Veer, The objective method: An element in the process of fixing guide prices within the common agricultural policy, European Review of agricultural Economics, 1979.
2. A. Zellner, An Efficient Method of Estimating Seemingly Unrelated Regressions and Tests for Aggregation Bias, Journal of the American Statistical Association, 1962.
3. D. Belsley, E. Kuh, R. Welsch, Regression Diagnostics: Identifying Influential Data and Sources of Collinearity, J. Wiley and Sons, New York, 1980.

# 10. Ter afsluiting

Over (de mate van verandering van) de omvang van de nationale melkproductie in relatie tot (een wijziging in) de melkprijs wordt beslist door de individuele melkveebedrijven. Voor empirisch onderzoek t.a.v. deze relatie ligt het daarom voor de hand het hieraan ten grondslag liggende beslissingsproces op het individuele bedrijf als uitgangspunt te nemen.
Dit proces bestaat uit twee, wederzijds afhankelijke, componenten. Allereerst dienen in iedere periode binnen het beslissingstijdvak besluiten genomen te worden m.b.t. de bedrijfsvoering in die periode. Voor een primair op de productie van melk gericht bedrijf is de centrale beslissing daarbij de omvang en de samenstelling van het te verstrekken voerpakket. Daarnaast dient in iedere periode de richting en de omvang van de investeringen in levende have en dood kapitaal en de financiering daarvan met eigen en vreemd vermogen bepaald en/of bijgesteld te worden. Centraal staat daarbij voor het hier in beschouwing genomen type bedrijf de omvang en de opbouw naar leeftijdsklassen van de melkveestapel. Daarbij geldt, dat de mogelijkheden in het heden ten dele bepaald worden door beslissingen in het verleden, net zoals de huidige beslissingen medebepalend zijn voor de toekomstige beslissingsruimte.
De identificatie van de voornaamste factoren die in dit verband van belang zijn en de weergave daarvan in hun samenhang en wisselwerking d.m.v. een productiefunctie of een stelsel bewegingsvergelijkingen en restricties vormen nu de eerste fase van de modellering van de beslissingsvraagstukken waarvoor het individuele bedrijf zich iedere periode gesteld ziet.
Men kan, op goede gronden, van oordeel zijn, dat de melkveehouder zich bij het maken van een keuze uit deze verzameling van alternatieven tevreden geeft met dat alternatief, waarbij hij zijn aspiratie-niveau bereikt. In deze studie wordt voor de ordening van de alternatieven echter niet van een "satisfying", doch van een "maximising" concept uitgegaan. Het daarbij gehanteerde criterium wordt gevormd door de maximalisatie van de waarde van de (gedisconteerde) cash flows die de veehouder door zijn beslissingen genereert. Ongetwijfeld vormt dit criterium, hoewel eenzijdig, een belangrijk element in het afwegingsproces, aangezien het direct gerelateerd is aan de consumptiemogelijkheden van deze gezinsbedrijven. Dit criterium

wordt zodanig gespecificeerd dat het bedrijf ten hoogste onder constante meerontvangsten opereert.

De centrale vragen waarvoor de melkveehouder zich gesteld ziet, kunnen nu m.b.v. een tweetal modellen worden weergegeven.

Het eerste daarvan betreft het vraagstuk van de vaststelling van de omvang en samenstelling naar ruw- en krachtvoer van het te verstrekken voerpakket op basis van de relatieve profitabiliteit van deze voersoorten in het kader van de lopende bedrijfsvoering. Voor het verband tussen melk- en voergift werd daarbij als uitgangspunt een Cobb-Douglas productiefunctie genomen. De oplossing van dit model specificeert de (optimale) omvang van de melkgift per koe als functie van o.m. de melkprijs. Daarmee is een uitgangspunt verkregen voor onderzoek van de wijze waarop de melkproductie op de korte termijn reageert op de melkprijs. Onderzoek van deze relatie leert dat de melkgift per koe vrij ongevoelig is voor veranderingen in de door de veehouder ontvangen prijs:

$$\frac{\frac{\Delta mgk}{mgk}}{\frac{\Delta pm}{pm}} = 0{,}1780, \tag{10.1}$$

verg. (3.2.18).

Het tweede model betreft de investerings- en financieringsproblematiek van het bedrijf. Het centrale vraagstuk is hier de bepaling van omvang en opbouw naar leeftijdsklassen van de melkveestapel met inachtneming van de mogelijkheden waarover het bedrijf qua arbeid, dood kapitaal en vermogen kan beschikken. Deze problematiek kan worden weergegeven d.m.v. een meerperiodenmodel met een concave criteriumfunctie en een stelsel lineaire vergelijkingen en restricties waarvan de coëfficiënten ten dele tijdsafhankelijk zijn. Voor een lineair-kwadratische criteriumfunctie, die alfanumeriek gespecificeerd wordt, kan nu onder bepaalde veronderstellingen de analytische oplossing van dit vraagstuk worden bepaald. De voornaamste van deze hypothesen zijn dat noch de restricties t.a.v. de beschikbare (gezins)arbeid noch die t.a.v. de financieringsmogelijkheden op enig moment bindend zijn. Aan de consequenties van het verlaten van deze veronderstellingen wordt in deze studie verder geen aandacht geschonken.De oplossing van dit model levert lineaire beslissingsregels voor o.m. de (optimale) omvang van de instroom van vaarzen en de uitstoot van niet langer voldoend

productief geachte dieren en daarmee van de (optimale) omvang van de melkveestapel. Deze regels identificeren de voor deze beslissingen relevante variabelen, de termijn waarop deze hun invloed doen gelden en de specifieke betekenis van elk daarvan. Daarmee bieden deze relaties een uitgangspunt voor empirisch onderzoek t.a.v. de relatie tussen de omvang van de melkveestapel en de hoogte van de melkprijs.
Uit de uitgevoerde regressie-analyses komt naar voren, dat het effect van een melkprijsverandering zich uitstrekt over een periode van drie jaren. De waarde van deze lange termijn elasticiteit bevindt zich duidelijk beneden de waarde één:

$$\frac{\frac{\Delta\bar{c}}{\bar{c}}}{\frac{\Delta pm}{pm}} = 0{,}765, \qquad (10.2)$$

verg. (9.2.11).

Nu zowel voor de korte als de lange termijn elasticiteit een schatting ter beschikking staat, kan ook het gezochte, totale effect van een melkprijsverandering op de omvang van de nationale melkproductie berekend worden. Volgens (2.1.4) wordt deze elasticiteit gegeven door de som van korte en lange termijn elasticiteit

$$\frac{\frac{\Delta mp}{mp}}{\frac{\Delta pm}{pm}} = \frac{\Delta mgk}{\Delta pm} \cdot \frac{pm}{mgk} + \frac{\Delta\bar{c}}{\Delta pm}\,\frac{pm}{\bar{c}} \qquad (10.3)$$

Invoeging van de schattingen in (10.1) en (10.2) levert nu

$$\frac{\frac{\Delta mp}{mp}}{\frac{\Delta pm}{pm}} = 0{,}178 + 0{,}765 = 0{,}943 \qquad (10.4)$$

met een opdeling over de jaren van 0,59, 0,21 en 0,14, zodat er sprake is van een in de tijd afnemend effect.

Het resultaat (10.4) en de fundering daarvan, de beslissingsregels (3.2.11) alsmede (6.2.11) en (6.2.13), is bereikt uitgaande van enkele vereenvoudigende veronderstellingen. Zo wordt bijv. geen waarde toegekend aan vrije tijd en zijn bij de afleiding van (6.2.11) en (6.2.13) de restricties m.b.t. arbeid en vermogen niet bindend genomen, verg. hoofdstuk 5 paragraaf 4. Naast de opname van aanvullende of concurrerende productie-activiteiten vormt onderzoek t.a.v. de vraag, of, en zo ja, onder welke condities alfa-numeriek gespecificeerde beslissingsregels (en daarmee reactievergelijkingen) kunnen worden verkregen voor de situatie dat dergelijke restricties wel actief zijn, daarom een wenselijk vervolg op deze studie. Behalve dat daarmee gewonnen wordt aan realiteitsgehalte, kan met een dergelijke voortzetting ook een economisch gefundeerd uitgangspunt binnen bereik komen voor onderzoek naar productie- en investeringsgedrag in situaties met productiecontingentering.

# AN INVESTIGATION INTO THE RELATION BETWEEN MILK PRICE AND MILK SUPPLY IN THE NETHERLANDS DURING 1969 - 1984, USING DECISION MODELS

## SUMMARY


This thesis deals with the response of the milk supply to changes in producers' milk price in the presence of market regulations. This effect was estimated for the Dutch dairy-cattle sector during the period 1969/70-1984/85, that is from one year after the start of the Common agricultural market till the introduction of the super levy. During this period the same uniform regime applied to all milk producers and they were free to choose whatever quantity of milk they wanted to supply.

Decisions about (changes in) the level of a nation's milk supply in reaction to a changing milk price are taken by the individual dairy farmer. For a statistical analysis of this relation it is therefore obvious that the underlying decision process at the farm should be considered as a point of departure.

This process comprises two mutually dependent components. First, in every year within the decision horizon, decisions have to be taken as to how the farm will be run in that particular year. For a farm primarily directed towards milk production, the central issue is the quantity and the composition of fodder to be supplied to the live stock. Furthermore, decisions have to be made annually on the direction and the volume of investment in live and dead stock, and on whether these activities should be financed by private or borrowed funds. For the farm-type under consideration, the central question is size and age composition of the dairy stock. In deciding upon these questions it holds that the possibilities in a particular year are partly dependent on decisions taken in the past, just as this year's decisions (co)determine the farm's future development. The identification of the variables that are of relatively great importance and their representation in coherence and interaction by means of a production function or a system of equations and restrictions, form the first phase in modelling the decision problems the individual farm has to face every year.

One can, on good grounds, hold the view that a farmer, in choosing from a set of alternatives, is contented with the alternative that satisfies his aspiration level. In this study, however, we will not proceed from a satisfying, but from a maximising concept. The objective used here is maximisation of the value of (discounted) cash flows generated by the farmers' decisions. This criterion, though one-sided, without doubt forms an important element in comparing alternatives, directly related as it is to the consumption possibilities of these production/consumption households. In such an approach, however, leisure has no value. This objective is specified such that the farm operates under, at most, constant marginal returns.

The central question, which the dairy farmer has to resolve, can now be represented by two decision models, one for the short and one for the long run.

The first of these concerns the determination of quantity and composition of concentrates and roughage to be supplied to the live stock, using the prices of these fodder types relative to the price of milk as a criterion. As relation between milk output and fodder input we used a Cobb-Douglas production function. The solution of this model specifies the (optimal) level of milk production per cow as a function of, among other things, the milk price. Thus we get a starting point for a statistical analysis of the relation between milk supply and milk price in the short term. Estimation of this relation gives a rather moderate reaction of milk supply to milk price:

$$\frac{\frac{\Delta mgk}{mgk}}{\frac{\Delta pm}{pm}} = 0{,}1780 \qquad (1)$$

with mgk average milk yield per cow and pm price of milk.

The second decision model concerns the firm's investment and finance problems. The central issue here is the determination of the size and age composition of the dairy stock, while explicitly taking into consideration the capacities of labour, live and dead stock and funds the firm has at its disposal. This problem can be represented by a multi-period model having a concave objective function and a system of linear equations and inequalities, the coefficients of which are partly time-dependent. For a linear-quadratic, alpha-numerically specified objective function one can under certain assumptions derive the analytical solution of this model. The most important of these hypotheses are that neither the condition with respect to available labour, nor that concerning available funds are restrictive in any period. No attention is paid to the consequences of dropping these hypotheses. The solution of this model gives linear decision rules for, among other things, the optimal level of the inflow of heifers in calf and the culling of no longer sufficiently productive cattle, and thus the optimal size of the dairy stock. These rules identify the variables relevant to these decisions, the term of impact and the specific importance of each of them. Thus these relations supply a starting point for a statistical investigation into the relation between the supply of milk and the milk price in the long run. From regression analysis it appears that a milk price change produces effect over a three-year period. The value of this long term elasticity is well beneath one:

$$\frac{\frac{\Delta\bar{c}}{\bar{c}}}{\frac{\Delta pm}{pm}} = 0{,}765 \; , \qquad (2)$$

with $\bar{c}$ the number of dairy-cows.

Now that an estimate of short and long term elasticity is available, it is also possible to calculate the searched, total effect of a milk price change on milk supply. This elasticity is equal to the sum of short and long term elasticity.

$$\frac{\frac{\Delta mp}{mp}}{\frac{\Delta pm}{pm}} = \frac{\Delta mgk}{pm}\,\frac{pm}{mgk} + \frac{\Delta\bar{c}}{\Delta pm}\,\frac{pm}{\bar{c}} \qquad (3)$$

with mp milk supply.
Inserting the estimates (1) and (2) yields

$$\frac{\frac{\Delta mp}{mp}}{\frac{\Delta pm}{pm}} = 0{,}178 + 0{,}765 = 0{,}943 \qquad (4)$$

divided over three consecutive years as 0,59, 0,21 and 0,14, so a time-decreasing effect.

This result has been reached on the basis of several simplifying assumptions. An extension of this study in which these simplications could be removed, would therefore be desirable.

# Lijst van symbolen

| | |
|---|---|
| $a$ | : aflossingsfractie op vreemd vermogen |
| $a_1$, $a_3$, $a_5$ | : melkgift per categorie melkvee |
| $A_{1,t}$, $A_{2,t}$, $A_{4,t}$ | : partitie van de Hessiaan van de gespecificeerde uitgavenfunctie |
| $\tilde{A}_1$, $\tilde{A}_{4,t}$ | : partitie van de Hessiaan van de gespecificeerde uitgavenfunctie (na transformatie) |
| $A(t)$ | : opdelingsmechanisme voor kalveren |
| $\alpha_t$ | : arbeidsquote per grootvee-eenheid |
| $b_1,\ldots,b_6$ | : coëfficiënten van de gespecificeerde uitgavenfunctie |
| $B_{1,t}$, $B_{2,t}$, $B_{3,t}$ | : matrices uit het voorwaardenstelsel t.a.v. de beslissingsvariabelen |
| $\beta$ | : disconteringsfactor |
| $c_t$ | : aantal koeien op tijdstip t |
| $\bar{c}$ | : aan melkproductie deelnemende aantal dieren |
| $\bar{c}_t$ | : gemiddeld aantal koeien in periode t |
| $C_{1,t}$, $C_{2,t}$ | : matrices uit stelsel bewegingsvergelijkingen (incl. arbeid) |
| $d_t$ | : aantal pinken drachtig geworden in periode t |
| $dk_t$ | : omvang dood kapitaal op tijdstip t |
| $D_{1,t}$, $D_{2,t}$ | : matrices uit stelsel bewegingsvergelijkingen (excl. arbeid) |
| $\tilde{D}_1$, $\tilde{D}_{2,t}$ | : matrices uit stelsel bewegingsvergelijkingen (na transformatie) |
| $ev_t$ | : eigen vermogen op tijdstip t |
| $E$ | : eenheidsmatrix |
| $\varepsilon$ | : afschrijvingsfractie dood kapitaal |
| $f$ | : minimum gezinsconsumptie t.o.v. arbeidsinkomsten |
| $F_1$, $F_2$, $F_3$ | : criteriumfuncties |

| | |
|---|---|
| $\underline{F}(t)$ | : vector met de bezetting van de rundveecategorieën op tijdstip t (excl. kalverimport) |
| $\bar{\underline{F}}(t)$ | : vector met de bezetting van de rundveecategorieën op tijdstip t (incl. kalverimport) |
| $\varphi_{1,t},\ldots,\varphi_{4,t}, \varphi_5$ | : coëfficiënten uit de bewegingsvergelijking voor vreemd vermogen |
| | |
| $g$ | : procentuele stijging van de melkgift per koe per periode |
| $gc_t$ | : gezinsconsumptie in periode t |
| $G_1$ | : criteriumfunctie |
| | |
| $h$ | : maximum vreemd t.o.v. eigen vermogen |
| $H_t$ | : Hamilton-functie |
| | |
| $i$ | : kosteninflatie in procenten per periode |
| $I$ | : eenheidsmatrix |
| $I_t$ | : informatieverzameling in periode t |
| $I1_t$, $I2_t$ | : inkomsten uit melk in periode t |
| | |
| $\bar{k}$ | : aantal vaarskalveren achtergehouden voor opfok |
| $kgk_t$ | : krachtvoergift per koe in periode t |
| $K_t$ | : uitgavenfunctie |
| $\kappa_t$ | : (dood) kapitaalquote per grootvee-eenheid |
| | |
| $\bar{l}$ | : maximaal beschikbare gezinsarbeid |
| $l_t$ | : inzet van gezinsarbeid in periode t |
| $L$ | : Lagrange-functie |
| $\lambda_{1,t}, \lambda_{2,t}, \lambda_{3,t}$ | : Lagrange- multiplicatoren |
| | |
| $mgk$ | : melkgift per koe |
| $mgk_t$ | : melkgift per koe in periode t |
| $mp$ | : melkproductie |
| $M(t)$ | : stochastische matrix |
| $M_{1,t}, M_{2,t}$ | : vectoren met Lagrange-multiplicatoren |
| | |
| $N_t$ | : vector van co-toestandsvariabelen |

| | |
|---|---|
| $o$ | : vector met de omrekeningsfactoren op grootvee-eenheden |
| $ovv_t$ | : opneming van vreemd vermogen in periode t |
| $O_t$ | : inkomsten uit melk in periode t |
| $\bar{p}$ | : aantal pinken beschikbaar voor verkoop/bevruchting |
| $p_t$ | : aantal pinken op tijdstip t |
| $\tilde{p}_t$ | : prijs in periode t |
| $pc_t$ | : prijs van (slacht)koeien in periode t |
| $pdk_t$ | : prijs van dood kapitaal in periode t |
| $pk_t$ | : prijs van kalveren in periode t |
| $pkgk_t$ | : prijs van krachtvoer in periode t |
| $pl_t$ | : prijs van arbeid in periode t |
| $pm$ | : melkprijs |
| $pm_t$ | : melkprijs in periode t |
| $pp_t$ | : (slacht)prijs van pinken in periode t |
| $prgk_t$ | : prijs van ruwvoer in periode t |
| $P_1$ | : kans op marktevenwicht boven minimumprijs |
| $P_{y,t}$ | : vector van inkomsten en uitgaven opgeroepen door de toestandsvariabelen in periode t (incl. arbeid) |
| $P_{1r,t}$, $P_{r,t}$ | : vector van inkomsten en uitgaven opgeroepen door de toestandsvariabelen in periode t (excl. arbeid) |
| $\tilde{P}_{r,t}$ | : vector van inkomsten en uitgaven opgeroepen door de toestandsvariabelen in periode t (na transformatie) |
| $P_{x,t}$ | : vector van inkomsten en uitgaven opgeroepen door de beslissingsvariabelen in periode t (incl. arbeid) |
| $P_{1s,t}$, $P_{s,t}$ | : vector van inkomsten en uitgaven opgeroepen door de beslissingsvariabelen in periode t (excl. arbeid) |
| $\tilde{P}_{s,t}$ | : vector van inkomsten en uitgaven opgeroepen door de beslissingsvariabelen in periode t (na transformatie) |
| $\Pi_t$ | : kostenstijging in procenten t/m periode t |
| $\Psi$ | : vector met coëfficiënten uit de bewegingsvergelijking voor dood kapitaal |

| | |
|---|---|
| $q_t^a$ | : aanbod van een goed in periode t |
| $q_t^v$ | : vraag naar een goed in periode t |
| $r_t$ | : rente op vreemd vermogen in periode t |
| $rgk_t$ | : ruwvoergift per koe in periode t |
| $\underline{rp}_t$ | : richtprijs van melk in periode t |
| $rvp_t$ | : gewogen combinatie van rundvleesprijzen |
| $R_t$ | : vector van toestandsvariabelen (excl. arbeid) |
| $\tilde{R}_t$ | : vector van toestandsvariabelen (na transformatie) |
| $S_t$ | : vector van beslissingsvariabelen (excl. arbeid) |
| $\tilde{S}_t$ | : vector van beslissingsvariabelen (na transformatie) |
| $\sigma$ | : substitutieverhouding arbeid/dood kapitaal |
| $\bar{t}$ | : constante productieve levensduur van melkkoeien |
| T | : aantal beslissingsperioden |
| $Tr_t$ | : transformatie-matrix voor periode t |
| $U1_t$, $U2_t$ | : uitgavenfuncties |
| $v_t$ | : aantal vaarzen op tijdstip t |
| $va_t$ | : verandering van de arbeidsquote per grootvee-eenheid in periode t |
| $vc_t$ | : verkochte aantal koeien in periode t |
| $vk_t$ | : aantal vaarskalveren op tijdstip t |
| $vp_t$ | : verkochte aantal pinken in periode t |
| $vv_t$ | : vreemd vermogen op tijdstip t |
| $vvk_t$ | : verkochte aantal vaarskalveren in periode t |
| $X_t$ | : vector van beslissingsvariabelen in periode t (incl. arbeid) |
| $Y_t$ | : vector van toestandsvariabelen op tijdstip t (incl. arbeid) |
| $Z_t$ | : vector met het aantal dieren van de onderscheiden categorieën op tijdstip t |

TILBURG UNIVERSITY PRESS
P.O. BOX 90153
5000 LE TILBURG
THE NETHERLANDS